

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВА-
ТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕР-
СИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В. Г. ПЕТУХОВ

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 03.03.02 Физика, 10.03.01 Информационная безопасность и специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность

С А М А Р А

Издательство Самарского университета

2024

УДК 621.3(075)

ББК 321я7

ПЗ14

Рецензенты: д-р тех. наук, проф. В.Г. Карташевский,

канд. физ.-мат. наук, доц. В. И. Никонов

Петухов, Виктор Геннадьевич

ПЗ14 Основы электротехники: учебное пособие / *В. Г. Петухов.* –

Самара: Издательство Самарского университета, 2024. – 140 с.

ISBN 978-5-7883-2087-8

Учебное пособие посвящено основам электротехники. В пособии изложены законы электротехники, рассмотрены основы электроизмерений, представлены основы теории линейных цепей постоянного и переменного тока, методы расчёта электрических цепей, даны представления о свойствах основных полупроводниковых элементов, нелинейных электрических цепей.

Предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 03.03.02 Физика, 10.03.01 Информационная безопасность и специальности 10.05.01 Компьютерная безопасность.

УДК 621.3(075)

ББК 321я7

ISBN 978-5-7883-2087-8

© Самарский университет, 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
Немного истории	8
Электротехника и электроника	11
Цепные и полевые электротехнические задачи.....	12
1 ЭЛЕКТРОИЗМЕРЕНИЯ	14
1.1 Основные понятия.....	14
1.2 Виды и методы измерений	16
1.3 Погрешности измерений.....	18
1.4 Основные виды электронных измерительных приборов.....	23
1.5 Темы контрольных вопросов	24
2 ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	26
2.1 Некоторые базовые определения	26
2.2 Элементы электрических цепей и их характеристики.....	29
2.2.1 Источники электрической энергии	30
2.2.2 Приемники электрической энергии	33
2.2.3 Соединительные провода.....	35
2.3 Основные представления теории цепей постоянного тока	36
2.3.1 Топологические понятия теории электрических цепей	36
2.3.2 Законы Кирхгофа.....	39
2.3.3 Эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей	41
2.3.4 Анализ электрических цепей постоянного тока с одним источником электрической энергии методом эквивалентных преобразований	44
2.4 Темы контрольных вопросов	47
3 ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	49

3.1 Внедрение переменного тока в практику	49
3.2 Основные понятия	51
3.3 Генерация переменной ЭДС	53
3.4 Действующее значение электрической величины	55
3.5 Символический метод расчета электрических цепей переменного тока	56
3.7 Идеальные элементы цепи переменного тока	58
3.8 Последовательное соединение элементов в цепи гармонического тока	64
3.9 Параллельное соединение элементов в цепи гармонического тока	69
3.10 Частотные свойства RLC -цепей гармонического тока	74
3.10.1 Последовательная RLC -цепь	74
3.10.2 Параллельная RLC -цепь	77
3.11 Применение резонансов напряжений и токов	83
3.12 Переходные процессы в линейных электрических цепях	86
3.12.1 Законы коммутации	89
3.12.2 Подключение индуктивности к источнику постоянной ЭДС через резистор	91
3.12.3 Короткое замыкание цепи катушки индуктивности с током	95
3.12.4 Зарядка конденсатора от источника постоянной ЭДС через резистор	98
3.12.5 Короткое замыкание цепи заряженного конденсатора	101
3.13 Темы контрольных вопросов	103
4 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	105
4.1 Полупроводники	105
4.2 Полупроводниковый диод	110
4.3 Полупроводниковый триод	116

4.4 Нелинейные электрические цепи.....	120
4.4.1 Транзисторные усилители	120
4.4.2 Схема цифрового логического элемента ТТЛ	131
4.5 Темы контрольных вопросов	137
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	139

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное пособие составлено для изучения курса «Электротехника» студентами неэлектротехнических специальностей.

Целью изучения предмета электротехника является приобретение знаний о конструкциях, принципах действия, параметрах и характеристиках различных электронных устройств, подготовка студентов к пониманию принципа действия современных электронных устройств и средств вычислительной техники, общая подготовка будущих специалистов к изучению специальных дисциплин и овладению практическими производственными навыками.

Задачи дисциплины – показать роль и значение электротехнических знаний для успешной работы в выбранном направлении; дать будущим специалистам базовые знания, необходимые для понимания сложных явлений и законов электротехники.

Электротехникой называют отрасль науки и техники, связанную с получением, преобразованием и использованием электрической энергии, охватывающую вопросы применения электрических и магнитных явлений в промышленности, связи, на транспорте и другие.

Существование электрических и магнитных явлений связано с существованием особой формы материи – электромагнитного поля. Посредством электромагнитного поля осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами. Под материей здесь понимается философская категория для обозначения объективной реальности, которая дана человеку в ощущениях его, которая копируется, фотографируется, отображается нашими ощущениями, существуя независимо от них. Электромагнитное поле представляется совокупностью взаимосвязанных и взаимообуславливающих друг друга электрического и магнитного полей.

Электрическое поле – одна из двух составляющих электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на электриче-

ски заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду этой частицы и не зависящей от ее скорости.

Магнитное поле – одна из двух составляющих электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду этой частицы и ее скорости.

Являясь посредником во взаимодействии между электрически заряженными частицами, электромагнитное поле может существовать при отсутствии заряженных частиц, которые представляют другой вида материи – вещество. При ускоренном движении частиц электромагнитное поле как бы «отрывается» от них и существует независимо в форме электромагнитных волн. В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью света.

Электромагнитному полю присущи электрические и магнитные свойства, доступные наблюдению. Это поле в вакууме характеризуется вектором напряжённости электрического поля E и магнитной индукцией B , которые определяют силы, действующие со стороны поля на неподвижные и движущиеся заряженные частицы. Электромагнитное поле может характеризоваться скалярным ϕ и векторным A потенциалами. Электромагнитное поле обладает энергией, складывающейся из энергии электрического и магнитного поля, и другими, в том числе, присущими веществу свойствами (например, массой и количеством движения).

Электрическое и магнитное поля могут быть постоянными во времени. Например, совокупность неподвижных в пространстве и неизменных во времени зарядов создает постоянное или статическое электрическое поле. Магнитное поле вокруг этих зарядов отсутствует.

При протекании по проводящему телу постоянного тока внутри него и вовне существуют постоянные электрическое и магнитное поля. Эти поля не влияют друг на друга и могут рассматриваться отдельно.

В электромагнитной волне и вокруг проводника с переменным током электрическое и магнитное поля не могут рассматриваться отдельно друг от друга, они взаимосвязаны и в общем виде описываются системой дифференциальных уравнений.

подавляющее большинство процессов, связанных с получением, преобразованием и использованием электрической энергии, основаны на использовании переменного тока. Поэтому описание таких процессов осуществляется с помощью законов и правил, которым подчиняется электромагнитное поле, электрические и магнитные явления.

Немного истории

О явлениях, связанных с электричеством, людям было известно давно. В древнеегипетских текстах III тысячелетия до нашей эры упоминаются электрические рыбы. Древнегреческий философ и математик Фалес из Милета исследовал статическое электричество около 600 г. до н. э. в опытах с янтарем, который древние греки называли «электрон» (древне-греческое «ἤλεκτρον»).

Михаил Васильевич Ломоносов изучал атмосферное электричество. В середине XVIII века он пишет работы «Слово о явлениях воздушных, от электрической силы происходящих» (1753 г.) и оставшуюся незаконченной «Теорию электричества, изложенную математически» (1756 г.) [1], где пытается рассмотреть все известные к тому времени электрические явления. Наименования глав работы говорят о понимании М.В. Ломоносовым как электрических явлений, так и важности изучения этих явлений: «1. Содержит предварительные данные; 2. Об эфире и огне; 3. О строении чувствительных тел; 4. О получении первичного электричества; 5. О получении производного электричества; 6. Объяснение искусственных явлений; 7. Объяснение природных явлений; 8. О будущих успехах учения об электричестве».

Однако, историю электротехники принято вести от изобретения в 1800 году итальянским учёным Алессандро Вольта первого электрохимического источника электрической энергии постоянного тока «элемента Вольта», а впоследствии, батареи из этих элементов – «Вольтова столба». С тех пор началось системное изучение свойств электрического тока.

В XIX веке началось практическое применение электричества. Большой вклад в развитие электротехники внесли изобретатели, жившие и работавшие в России. Павел Львович Шиллинг в 1832 году испытал в Петербурге первый электромагнитный телеграф. Борис Семёнович Якоби (при рождении Мориц Герман) в 1834 создал электродвигатель с вращающимся рабочим валом, основанный на принципе притяжения и отталкивания между электромагнитами. В 1837 году по рекомендации нескольких членов Петербургской академии наук, Якоби подал Министру народного просвещения и президенту Академии графу С. С. Уварову докладную записку с предложением о практическом применении своего электродвигателя «для приведения в действие мельницы, лодки или локомотива». Александр Николаевич Лодыгин в 1874 году получил патент на изобретение лампы накаливания. В том же 1874 году Павел Николаевич Яблочков практически применил дуговую лампу для освещения железнодорожного пути ночью. Впервые в истории железнодорожного транспорта на паровозе был установлен прожектор с дуговой лампой. Опыт удался, он показал преимущество электрического освещения железнодорожного пути, но также показал, что использованная лампа с механической регулировкой не может широко применяться. Впоследствии П.Н. Яблочков разработал дуговую лампу без регулировочных механизмов и пружин, вошедшую в историю под названием «свеча Яблочкова».

На государственном уровне в России уже в XIX веке было понимание важности использования электричества. Свидетельством

этого было учреждение в 1857 году в городе Санкт-Петербург Электротехнической военной школы под именем технического гальванического заведения, которое вместе с гальванической ротой находилось в распоряжении штаба генерал-инспектора по инженерной части. Электротехническая школа имела целью подготовку офицеров и нижних чинов инженерных войск к выполнению тех специальных обязанностей, где требуется применение электротехники. Для этого проводилось изучение открытий и изобретений по электротехнике, минному, подрывному и телеграфному делу, которые могли найти применение в военном деле.

Параллельно с практическим использованием шло научное исследование электрических явлений. В 1826 г. Георг Симон Ом формулирует закон, связывающий сопротивление цепи электрического тока, напряжение и силу тока, известный теперь как Закон Ома. Видимо, Ом первым воспользовался представлениями гидродинамики для объяснения законов электрического тока. У Ома сила тока была пропорциональна напряжению между концами проводника и обратно пропорциональна его сопротивлению, аналогично в гидродинамике количество жидкости, проходящей в единицу времени через трубку, пропорционально гидравлическому напору и обратно пропорционально гидравлическому сопротивлению.

В 1833 г. русский академик Эмилий Христианович (при рождении Генрих Фридрих Эмиль) Ленц установил закон электромагнитной индукции (Правило Ленца), по которому направление индукционного тока всегда таково, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток. В 1842 г. Ленц (независимо от Джеймса Джоуля) установил закон, дающий количественную оценку теплового действия электрического тока и названный потом Законом Джоуля-Ленца.

В 1845 году Густав Роберт Кирхгоф сформулировал два правила – соотношения, которые выполняются между токами и напряжениями на участках любой электрической цепи. В электротехнической литературе эти правила называются законами Кирхгофа, хотя они не являются фундаментальными законами природы.

В 1873 г. Джеймс Максвелл в своем «Трактате об электричестве и магнетизме» изложил трактовку электромагнетизма с единых позиций, используя гидродинамическую аналогию (он уподобил силовые линии электрического и магнитного поля трубкам с идеальной несжимаемой жидкостью), и выразил закономерности полевой картины Фарадея на математическом языке с помощью дифференциальных уравнений, известных сейчас как уравнения Максвелла.

Бурный рост развития электротехники в России связан с реализацией плана Государственной комиссии по электрификации России – планом ГОЭЛРО, разработанным менее чем за один год во время гражданской войны (1917–1922/1923) и интервенции, принятым в 1920 году. Выполнение плана обеспечило превращение Советского государства в мощную индустриальную державу. Если в 1913 году Россия уступала США по выработке электроэнергии более чем в 10 раз, то по мере реализации плана ГОЭЛРО в 1936 году СССР по выработке электроэнергии вышел на третье место в мире, после Германии и США.

Электротехника и электроника

Электроника – это отрасль науки и техники, связанная с созданием и практическим использованием, в основном, для передачи, обработки и хранения информации устройств, работа которых основана на изменении концентрации и перемещении заряженных частиц за счет взаимодействия с электромагнитными полями. Как

видно из определения, электроника является подотраслью электротехники, ее ответвлением, имеющим самостоятельную ценность. В рамках электроники развивается научно-техническое направление, в рамках которого осуществляют проектирование, создание и отладка электронных схем и устройств различного назначения. Это направление называется **схемотехникой**.

Под **электронной схемой** понимается изделие, сочетание отдельных электронных компонентов, таких как резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, диоды, транзисторы и интегральные микросхемы, соединённых между собой, для выполнения каких либо задач или рисунков (схема) с условными знаками электронных компонентов, соединёнными между собой определенным образом, показывающий устройство электронной схемы, которая реализуется в виде устройства.

Цепные и полевые электротехнические задачи

Электротехнические задачи могут быть разделены на две большие группы. Первая группа – цепные задачи, решение которых может быть найдено из уравнений поля, записанных в интегральной форме. Под электрической цепью понимается совокупность устройств, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электрическом токе и электрическом напряжении. В этой группе задач используют понятия ток, магнитный поток, электрическое и магнитное напряжения, потенциал, электродвижущие силы (ЭДС), магнитодвижущие силы (МДС), резистивное, индуктивное и емкостное сопротивления. Основными уравнениями теории электрических цепей являются уравнение закона Ома и уравнения законов Кирхгофа.

Вторая группа задач – полевые. В этой группе задач используют понятия напряжённость электрического и магнитного поля,

электрическая и магнитная индукция, вектор поляризации, плотность заряда, плотность тока. Для решения этих задач используют уравнения поля Д. Максвелла, как правило, в дифференциальной форме. Четкой границы между двумя группами задач нет, так как любая цепная задача с увеличением частоты изменения электромагнитного поля перерастает в полевую (все более проявляются паразитные параметры и резко возрастает излучение энергии в окружающее пространство).

В настоящем ознакомительном курсе электротехники полевые задачи не рассматриваются.

1 ЭЛЕКТРОИЗМЕРЕНИЯ

Исследование электрических и магнитных явлений в электрических цепях невозможно без электрической измерительной (или электроизмерительной) техники. Уровень ее развития во многом определяет качество научных исследований, совершенство технологических процессов, качество электротехнических устройств.

Наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности называется **метрологией**. Наименование науки произошло от греческих слов μέτρον «мера; критерий» и λόγος «слово; суждение; определение; изречение».

В практической жизни человек сталкивается с измерениями каждый день. Для приготовления еды нужно взять определенное количество ингредиентов, для этого измеряются объем или вес исходных продуктов. Измерения имеют первостепенное значение для торговли, учета материальных ресурсов, планирования, для обеспечения качества продукции, совершенствования технологий, медицины и т.д.

Электрические методы применяются для измерения большинства электрических и неэлектрических величин. Нас, в первую очередь, будут интересовать измерения таких электрических величин, как ток, напряжение, мощность, энергия, магнитный поток и т.д.

1.1 Основные понятия

Измерением называют познавательный процесс, заключающийся в сравнении путем эксперимента измеряемой физической величины с некоторым ее значением, принятым за единицу. Поэтому измерением еще называют нахождение значений физических величин опытным путем с помощью специальных технических средств.

Мерой называют средство измерения, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного значения. К основным мерам электрических величин относятся меры ЭДС, меры электрического сопротивления, меры индуктивности и взаимной индуктивности, меры электрической емкости и другие.

В зависимости от степени точности и области применения меры подразделяют на эталоны, образцовые и рабочие меры. Эталоны обеспечивают воспроизведение и хранение единицы физической величины для передачи ее размера другим средствам измерения. Образцовые меры служат для поверки и градуировки рабочих мер и измерительных приборов. Рабочие меры используют для поверки измерительных приборов, а также для измерения в научных организациях и на промышленных предприятиях.

Средствами электрических измерений называют технические средства, используемые при электрических измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики. Метрологические характеристики — это характеристики свойств средств измерений, оказывающие влияние на результат измерения и его погрешность.

К средствам электрических измерений относятся меры, электроизмерительные приборы, измерительные преобразователи, электроизмерительные установки и измерительные информационные системы.

Электроизмерительными приборами называют средства электрических измерений, предназначенные для выработки сигналов измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. К ним относятся, например, амперметр, вольтметр, частотомер, ваттметр, счетчик электрической энергии и пр.

Измерительными преобразователями называют средства электрических измерений, предназначенные для выработки сигнала

ла электрической информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем. Их подразделяют на преобразователи электрических величин в электрические (шунты, делители напряжения, измерительные трансформаторы и т. д.) и на преобразователи неэлектрических величин в электрические – первичные преобразователи (терморезисторы, термопары, тензорезисторы, емкостные и индуктивные преобразователи и т. д.).

Электроизмерительная установка представляет собой совокупность функционально объединенных средств измерений (мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей) и вспомогательных устройств, предназначенную для выработки сигналов измерительной информации в форме, удобной для непосредственного восприятия наблюдателем, и расположенную в одном месте.

Измерительная информационная система – совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, соединенных каналами связи, предназначенная для выработки сигналов измерительной информации от ряда источников в форме, удобной для обработки, передачи и использования в автоматических системах управления.

1.2 Виды и методы измерений

В зависимости от того как получаются результаты измерения говорят о прямых, косвенных и совокупных видах измерений.

Прямым называют измерение, при котором измерение дает искомое значение исследуемой физической величины, определяемое непосредственно по показанию прибора (измерение тока амперметром, электроэнергии счетчиком, напряжения вольтметром и др.).

Косвенным называют измерение, при котором искомое значение физической величины находят на основании известной функциональной зависимости между этой величиной и величиной, полученной в результате прямых измерений. Примером может служить определение электрического сопротивления по показаниям амперметра и вольтметра.

В ряде случаев конечный результат измерения выводится из результатов нескольких групп прямых и косвенных измерений отдельных величин, от которых зависит исследуемая величина. Такое измерение называют **совокупным**. К совокупным относится, например, определение температурного коэффициента электрического сопротивления материала на основании измерения сопротивления при разных температурах.

В зависимости от совокупности приемов использования принципов измерений и средств измерений все методы измерений делятся на методы непосредственной оценки и методы сравнения.

Метод непосредственной оценки – это метод, при котором значение измеряемой величины определяют непосредственно по показанию отсчетного устройства средства электрических измерений прямого действия (например, значения напряжения по показанию вольтметра).

Под **методом сравнения** понимают метод, при котором измеряемая величина в специальной измерительной цепи сравнивается тем или иным способом с величиной, воспроизводимой мерой.

Методы сравнения разделяют на нулевой, дифференциальный и замещения.

При измерении **нулевым методом** значение меры (или эффект ее действия) регулируется до равенства со значением измеряемой величины (или эффектом ее действия), которое фиксируется измерительным прибором, называемым нулевым прибором или

нуль-индикатором. Точность измерения нулевым методом высока и зависит от точности образцовых мер и чувствительности нулевого прибора. Важнейшие среди нулевых методов – мостовые и компенсационные.

Дифференциальный метод – метод сравнения, в котором на измерительный прибор действует разность измеряемой величины и величины, воспроизводимой мерой, которая и определяется по показанию отсчетного устройства.

При **методе замещения** измеряемая величина замещается известной величиной, воспроизводимой мерой, и изменением известной величины добиваются такого же показания прибора, которое было при действии измеряемой величины.

1.3 Погрешности измерений

Каждому средству измерения, и электроизмерительный прибор не является исключением, свойственно ошибаться. То есть результат измерения физической величины может отличаться от ее истинного значения. Разность между этими значениями называется **погрешностью средств измерений**. Погрешность характеризует точность средства измерения, отражающую близость действительного значения физической величины к обозначенной на шкале прибора или другом отсчетном устройстве.

Погрешности средства измерения разделяют на основании различных признаков или критериев. По способу выражения погрешности делят на абсолютные, относительные и приведенные.

Абсолютная погрешность Δ – это разность между показанием прибора A и действительным значением измеряемой величины A_0 :

$$\Delta = A - A_0.$$

Относительная погрешность δ – это отношение абсолютной погрешности Δ к значению измеряемой величины A_o . Обычно относительную погрешность выражают в процентах:

$$\delta = \pm \frac{A}{A_o} * 100\%.$$

Приведенная погрешность γ – это отношение абсолютной погрешности Δ к нормирующему значению A_n . Обычно приведенную погрешность выражают в процентах

$$\gamma = \pm \frac{A}{A_n} * 100\%.$$

В качестве нормирующего значения могут выбираться:

- верхний предел рабочей части шкалы прибора, у которого нулевая отметка находится на краю шкалы или вне ее;
- сумма модулей конечных значений диапазона измерений, если нулевая отметка находится внутри шкалы;
- номинальное значение прибора, если последний предназначен для измерения величин, имеющих номинальные значения;
- длина всей шкалы для прибора с логарифмической или гиперболической шкалой.

По характеру проявления погрешности средств измерения подразделяют на систематические и случайные.

Систематическая погрешность – погрешность, остающаяся постоянной или изменяющаяся по определенному закону. Ее значение всегда можно учесть введением соответствующих поправок.

Случайная погрешность – погрешность, изменяющаяся не по определенному закону, а как случайная величина. Случайные погрешности нельзя исключить введением заранее определенных поправок.

По зависимости от условий возникновения различают основные и дополнительные погрешности средств измерения.

Основная погрешность – это погрешность средств измерения, находящихся в нормальных условиях эксплуатации, под которыми понимают нормируемые стандартами температуру внешней среды, влажность, атмосферное давление, напряжение и частоту питания, внешние электрические и магнитные поля и др.

Дополнительная погрешность – это погрешность средств измерения, возникающая при отклонении одной или более влияющих величин от нормального значения.

Погрешности измерения. Измерение любой физической величины сопровождается погрешностями измерения – отклонениями результата измерения от истинного значения измеряемой величины.

Численно погрешности измерения выражаются, так же как и погрешности средств измерения, абсолютными ΔA и относительными δ_A величинами:

$$\Delta A = A - A_0; \quad \delta_A = \pm \frac{\Delta A}{A_0} * 100\%;$$

где A_0 – действительное значение измеряемой величины; A – результат измерения.

Погрешности измерения подразделяются на методические, инструментальные, субъективные.

Методические погрешности измерения своей причиной имеют недостаточную разработанность теории явлений, положенной в основу метода измерения, неточности соотношений, используемых для нахождения измеряемой величины, влияние на режим работы исследуемого объекта подключаемых средств измерения и др.

Инструментальные погрешности измерения возникают из-за ограниченной точности средства измерения. Это погрешности средства измерения.

Субъективные погрешности измерения связаны с индивидуальными особенностями органов чувств экспериментатора, его тренированностью и опытом.

Любая из перечисленных погрешностей измерения содержит систематическую и случайную составляющие. Обработка результатов измерений, проводимая после измерений, имеет целью дать оценку истинному значению измеряемой величины и определить степень достоверности этой оценки. Наиболее достоверным значением измеряемой величины A при наличии только случайных погрешностей и многократном ее измерении является среднеарифметическое значение A_{CP} , определяемое как

$$A_{CP} = \frac{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)}{n},$$

где $a_1, a_2 \dots a_n$ – результаты отдельных измерений; n – число измерений.

Оценить точность измерения при этом можно, зная закон распределения случайных погрешностей. Этот закон определяется через среднеквадратическое отклонение σ , которое характеризует степень рассеяния результата измерения вокруг среднеарифметического:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (a_i - A_{CP})^2},$$

Закон нормального распределения случайных погрешностей математически описывается выражением:

$$P(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}},$$

где $P(\Delta)$ – плотность вероятности случайной абсолютной погрешности Δ ; σ^2 , т.е. квадрат среднеквадратического отклонения, называют дисперсией.

При известном законе распределения случайных погрешностей определяют вероятность P появления погрешности, не выходящей за некоторые границы. Эти границы определяют интервал, называемый доверительным интервалом, а вероятность, характеризующую его, называют доверительной вероятностью.

При большом количестве измерений среднеарифметическое A_{CP} и среднеквадратическое отклонение σ сходятся каждое к своему постоянному пределу. Чем больше σ , тем ниже точность измерения. При небольших количествах измерений A_{CP} обладает некоторой случайной погрешностью, поэтому вводят понятие среднеквадратической погрешности среднеарифметического значения:

$$\sigma_{A_{CP}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Из выражения для среднеквадратической погрешности среднеарифметического значения видно, что при увеличении n уменьшается среднеквадратическая погрешность среднеарифметического значения, то есть точность измерений при росте числа измерений растет.

В 1908 году Уильям Госсет показал, что статистических подход применим и при малом числе измерений. Он предложил способ оценки границ диапазона изменений абсолютной ошибки при малом количестве измерений в зависимости от доверительной вероятности P появления погрешности и числа измерений n . Поскольку У. Госсет опубликовал свою работу под псевдонимом «Student», поправочный коэффициент t_n стали называть коэффициентом Стьюдента. Окончательный результат измерения при этом записывается в виде

$$A = A_{CP} \pm t_n \sigma_{A_{CP}}.$$

где произведение $t_n \sigma_{A_{cp}}$ – оценка абсолютной погрешности измерений для n измерений и заданной доверительной вероятности P .

Для практического применения существуют таблицы коэффициентов Стьюдента, в которых для определенного значения доверительной вероятности P и определенного числа измерений n указывается значение t_n .

1.4 Основные виды электронных измерительных приборов

Различают аналоговые и цифровые электронные измерительные приборы. В аналоговых приборах измеряемая или пропорциональная ей величина непосредственно воздействует на положение подвижной части, на которой расположено отсчетное устройство. Отсчётное устройство измерительного прибора – это часть прибора, предназначенная для отсчитывания его показаний. У аналогового прибора отсчетное устройство обычно состоит из шкалы и указателя, причём подвижным может быть как указатель, так и шкала.

Из приведенного описания понятно, что аналоговые измерительные приборы обязательно имеют подвижную и неподвижную части. Поэтому эти приборы еще называют электромеханическими. Совокупность деталей, образующих подвижную и неподвижную части прибора, называют измерительным механизмом. Измерительный механизм можно рассматривать как преобразователь электрической величины в механическое перемещение, отсюда общее название этих частей приборов – измерительные преобразователи.

В цифровых измерительных приборах подвижная часть отсутствует, отсчетное устройство такого прибора позволяет получить показание непосредственно в цифровой форме. Использование в измерительных приборах микропроцессорной техники позволяет

повысить производительность и точность измерений, а также реализовать дополнительные функции обработки результатов измерений.

Цифровые измерительные приборы имеют высокую чувствительность (до 10^{-8}), малое собственное потребление из измеряемой цепи, широкий диапазон измерения, высокую точность (до 0,001%). Кроме того, цифровые приборы в отличие от аналоговых имеют большее быстродействие, т.е. позволяют получать результат измерения за более короткий промежуток времени, автоматизированный процесс измерения, простую и удобную регистрацию измерений, возможностью передачи результатов измерений на ЭВМ.

К цифровым измерительным приборам относится сравнительно новый класс приборов – автоматические измерительные приборы. Процесс измерения в них производится без участия человека. Автоматические измерительные приборы позволили поднять на новый качественный уровень как научные исследования в разных отраслях естественных наук, так и технологические производственные процессы.

1.5 Темы контрольных вопросов

1. Что такое метрология?
2. Что такое измерение?
3. По каким критериям различаются погрешности средств измерений?
4. Перечислите виды погрешностей измерения, дайте их определения?
5. Как соотносятся погрешности измерения и погрешности средств измерений?
6. Что такое приведенная погрешность, и какие величины могут выбираться в качестве нормирующего значения?

7. Чем отличаются систематическая погрешность и случайная погрешность?
8. Как связаны абсолютная и относительная погрешности?
9. Среднеарифметическое значение измеряемой величины и ее среднеквадратическое отклонение.
10. Коэффициент Стьюдента, его назначение, от чего он зависит.
11. Основные виды электронных измерительных приборов.

2 ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

2.1 Некоторые базовые определения

Под **электрической цепью** понимается совокупность устройств, которые образуют путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электрическом токе и электрическом напряжении.

Электрический ток – это упорядоченное (направленное) движение электрически заряженных частиц или заряженных макроскопических тел. Такое направленное движение зарядов описывается параметром, называемым силой тока. Сила тока в каждый момент времени определяется как количество заряда, переносимого через определенное сечение проводника, за бесконечно малый интервал времени $I=dQ/dt$.

В Международной системе единиц (СИ) единица силы тока называется «ампер», обозначается «А» и, также как единица времени секунда, относится к основным единицам. Величина электрического заряда 1 кулон (Кл) относится к производным единицам. Кулон и ампер связаны между собой следующим образом: $1\text{ Кл} = 1\text{ А} \cdot 1\text{ с}$. Другими словами при протекающем токе 1 ампер за 1 секунду через сечение проводника переносится заряд 1 кулон.

Электрическое напряжение обычно определяется через электрический потенциал электрического поля. **Электрический потенциал** определенной точки поля равен работе, которую электрическое поле может выполнить при перемещении единичного положительного заряда из этой точки в бесконечность.

Электрическое напряжение между двумя точками электрического поля равно работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из одной определенной точки в другую. В потенциальном поле эта работа не зависит от пути пе-

ремещения и равна разности потенциалов между двумя точками электрической цепи.

Постоянное напряжение на участке цепи между сечениями 1 и 2 можно вычислить следующим образом

$$U = \int_1^2 \vec{E} dl = \frac{1}{q} \int_1^2 \vec{F} dl = \frac{A}{q} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

где $\vec{E}$ – напряженность однородного постоянного электрического поля; $\vec{F} = q\vec{E}$ – сила, которая действует на положительный заряд q в постоянном электрическом поле с напряженностью $\vec{E}$; A – работа электрического поля по перемещению положительного заряда вдоль участка проводника; φ_1 и φ_2 – потенциалы однородного постоянного электрического поля в сечениях 1 и 2 участка цепи (рис. 2.1).

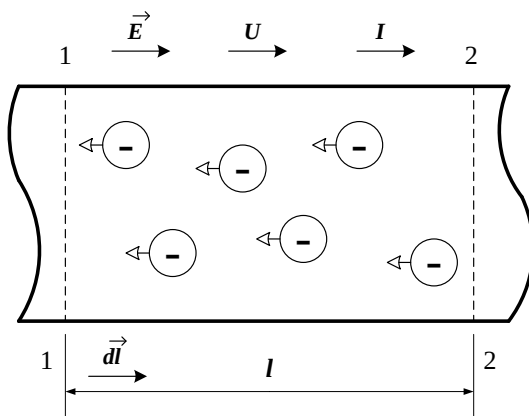


Рисунок 2.1 – Участок металлического проводника в сечениях 1 и 2 с указанием исторически принятых направлений напряженности электрического поля $\vec{E}$, напряжения U и тока I , а также действительного направления движения электронов

В Международной системе единиц единицей измерения электрического потенциала, разности потенциалов, электрического

напряжения и электродвижущей силы является вольт (В). По определению разность потенциалов между двумя точками равна 1 вольту, если для перемещения заряда величиной 1 кулон из одной точки в другую над ним совершается работа величиной 1 джоуль. Поэтому $1\text{ В} = \frac{1\text{ Дж}}{1\text{ Кл}}$. Вольт также равен электрическому напряжению, вызывающему в электрической цепи постоянный ток силой 1 ампер при мощности 1 ватт. Поэтому $1\text{ В} = \frac{1\text{ Вт}}{1\text{ А}}$.

Поскольку определения электрического потенциала и электрического напряжения связаны с положительным зарядом, положительным направлением тока в проводнике принято считать направление движения положительных зарядов. Если ток создается отрицательно заряженными частицами, как, например, в металлах, тогда направление тока противоположно действительному движению заряженных частиц.

При расчете цепи в общем случае действительные направления токов в ее элементах заранее не известны. Поэтому положительное направление тока на участке цепи или в элементе цепи выбирается произвольно и указывается на принципиальной схеме стрелкой. Принципиальная схема участка проводника, показанного на рис. 2.1, приведена на рис. 2.2.

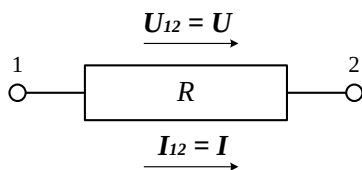


Рисунок 2.2 – Принципиальная схема участка металлического проводника в сечениях 1 и 2

Принципиальная схема электрической цепи – это графическое изображение, которое составляется с помощью условных обозначений элементов цепи и показывает назначение электротехнических устройств и их взаимосвязи.

Если при выбранном положительном направлении тока в результате расчета работы цепи ток в определенном элементе получается положительным, то действительное направление тока совпадает с выбранным. Если при выбранном положительном направлении тока в результате расчета работы цепи ток в определенном элементе получается отрицательным, то действительное направление тока противоположно выбранному.

Положительное направление напряжения на участках цепи, не содержащих источников электрической энергии, принимается совпадающим с положительным направлением тока (рис. 2.2).

Может возникнуть вопрос, почему в электротехнике используют выражение «положительное направление напряжения»? Ведь напряжение (или разность потенциалов) – это скалярная величина. Смысл выражения состоит в том, что положительным напряжением считается тогда, когда оно порождает ток с направлением, которое принято в качестве положительного. Если напряжение порождает на участке цепи ток в направлении противоположном положительному, перед величиной такого напряжения ставится знак минус. Таким образом, если говорят о «направлении напряжения», то, на самом деле, речь ведут лишь о знаке (плюс или минус), который нужно поставить перед величиной напряжения на этом участке цепи для расчета его характеристик.

2.2 Элементы электрических цепей и их характеристики

В общем случае в цепи постоянного тока в качестве основных элементов можно выделить: источники электрической энергии, приемники электрической энергии, соединительные провода. В некоторых случаях отдельно рассматривают в цепях коммутационную аппаратуру и измерительные приборы.

Измерительные приборы служат для контроля режимов работы электротехнических устройств.

Коммутационная аппаратура служит для распределения электроэнергии между приемниками.

2.2.1 Источники электрической энергии

К **источникам электрической энергии** относятся элементы электрических цепей, в которых происходит преобразование каких-либо форм энергии в электрическую энергию. Например, энергии химических процессов в гальванических элементах типа «Вольтова столба» или аккумуляторах, световой энергии в солнечных батареях, механической энергии в электрогенераторах и т.д.

Основным назначением источников электроэнергии является создание и постоянное поддержание в цепи разности потенциалов, благодаря которой в электрической цепи происходит упорядоченное движение электрических зарядов, то есть ток.

Поскольку разность электрических потенциалов на контактах источника электроэнергии является причиной движения электрических зарядов в подключенной к источнику цепи, эту разность потенциалов называют **электродвижущей силой** или сокращенно ЭДС. Величина ЭДС обозначается на схемах буквой « E » и равна разности электрических потенциалов на контактах источника электрической энергии $E = \varphi_1 - \varphi_2$.

Определение электродвижущей силы следующее. ЭДС – это физическая величина, характеризующая действие сторонних (в общем случае, непотенциальных) сил в источниках постоянного или переменного тока. В замкнутом проводящем контуре ЭДС равна работе этих сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль всего контура.

Источники электрической энергии делятся на два типа: источники ЭДС, источники тока.

Источником ЭДС называется источник электрической энергии, у которого при изменении нагрузки стабильным является выходное напряжение. При этом ток может принимать различные значения в зависимости от сопротивления нагрузки.

Источником тока называется источник электрической энергии, у которого при изменении нагрузки стабильным является выходной ток. При этом напряжение может принимать различные значения в зависимости от сопротивления нагрузки. Условное изображение источника ЭДС на принципиальной схеме показано на рисунке 2.3, а, условное изображение источника тока на принципиальной схеме показано на рисунке 2.3, б.

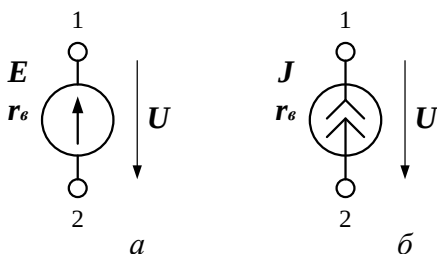


Рисунок 2.3 – Условные обозначения источника:
а – ЭДС; б – источника тока

Как видно из рисунка, источники тока и источники напряжения характеризуются двумя параметрами. Одним из них является внутреннее сопротивление источника электрической энергии.

Принципиальная схема цепи, составляемая с помощью условных обозначений элементов цепи, неудобна для расчетов режимов работы цепи. Поэтому для целей расчета режимов работы цепи каждое электротехническое устройство представляется его схемой замещения.

Схема замещения электрической цепи состоит из совокупности различных идеализированных элементов, выбранных так, чтобы можно было с заданным приближением описать процессы

в цепи. **Идеализированный элемент** – это упрощенная модель реального элемента электрической цепи, свойства которого определяются одним параметром.

На рисунке 2.4 показаны схемы замещения источника ЭДС и источника тока. В них кроме собственно источника энергии включено внутреннее сопротивление источника.

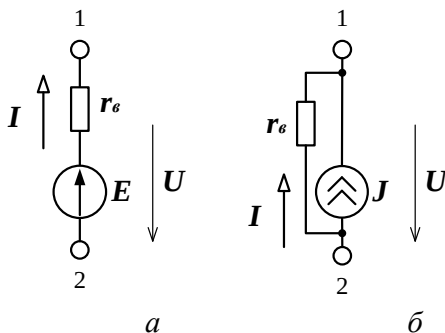


Рисунок 2.4 – Схемы замещения: а – источника ЭДС; б – источника тока

В общем случае **внутренним сопротивлением источника электрической энергии** называется идеализированный элемент схемы замещения источника электрической энергии, с помощью которого определяют внутренние энергетические потери источника при прохождении через него электрического тока.

Источник ЭДС на схеме замещения составляется из идеального источника ЭДС E и соединенного последовательно с ним малого внутреннего сопротивления r_ϵ .

Поэтому при подключении к источнику ЭДС нагрузки с сопротивлением, сопоставимым с r_ϵ , выходное напряжение источника U будет ниже ЭДС E , т.к. на внутреннем сопротивлении есть падение напряжение $U_\epsilon = r_\epsilon I$, где I – ток во внешней цепи.

Схема замещения цепи постоянного тока с источником напряжения позволяет получить закон Ома для полной цепи.

Внутреннее сопротивление r_e и внешнее сопротивление нагрузки R_H составляют последовательную цепь. Ток в последовательной цепи одинаков на всех участках цепи. Поэтому справедливо выражение $E=r_e I+R_H I$, из которого следует **закон Ома для полной цепи**:

$$E=(r_B+R_H)I \quad \text{или} \quad I=\frac{E}{r_B+R_H}.$$

Как правило, сопротивление внешней нагрузки, подключаемой к источнику ЭДС, много больше r_e . В этом случае влиянием внутреннего сопротивления источника ЭДС на работу внешней электрической цепи можно пренебречь и принять $U=E$.

Схема замещения источник тока также составляется из двух частей: идеального источника тока J и соединенного параллельно с ним большого внутреннего сопротивлением r_e . Поэтому при подключении к источнику тока нагрузки с сопротивлением, сопоставимым с r_e , выходной ток I будет ниже тока J . Как правило, сопротивление внешней нагрузки, подключаемой к источнику тока, много меньше r_e . В этом случае влиянием внутреннего сопротивления источника тока на работу внешней электрической цепи можно пренебречь и принять $I=J$.

2.2.2 Приемники электрической энергии

Приемником электрической энергии или **нагрузкой** называют устройство, в котором электрическая энергия преобразуется в какую-либо другую форму, например, механическую (в электродвигателях), световую (в электрических осветительных лампах), тепловую (в электрических нагревателях) и т.д.

На принципиальных схемах, нагрузка представляется ее схемой замещения, состоящей из соответствующего сопротивления, и условно обозначается так, как показано на рисунке 2.5.

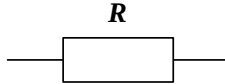


Рисунок 2.5 – Условное обозначение нагрузки

В общем случае сопротивление нагрузки R зависит от протекающего по нему тока. На практике для описания нагрузки используют зависимость напряжения на нагрузке от тока. Эта зависимость называется вольтамперной характеристикой (ВАХ).

Таким образом, **вольтамперной характеристикой** называют функциональную зависимость тока, протекающего через нагрузку, от напряжения на зажимах нагрузки.

Вольтамперные характеристики могут быть линейными или нелинейными.

Линейной нагрузкой (или линейным элементом) называют такую нагрузку, сопротивление R которой при любых значениях тока через нее остается постоянным, а вольтамперная характеристика представляет собой прямую линию. Для линейных элементов справедлив закон Ома, связывающий падение напряжения на элементе, протекающий через него ток и сопротивление элемента:

$$U = RI, \quad \text{или} \quad I = \frac{U}{R}, \quad \text{или} \quad R = \frac{U}{I}.$$

Причем сопротивление R в уравнениях закона Ома является постоянной величиной, коэффициентом пропорциональности между напряжением и током.

График ВАХ линейной нагрузки представлен на рис. 2.6, *a*.

Нелинейной нагрузкой (или нелинейным элементом) называют такую нагрузку, сопротивление R которой зависит от величины проходящего через нее тока, а вольтамперная характеристика представляет собой кривую линию.

На рисунках 2.6, *b* и *c*, показаны графики ВАХ нелинейных нагрузок.

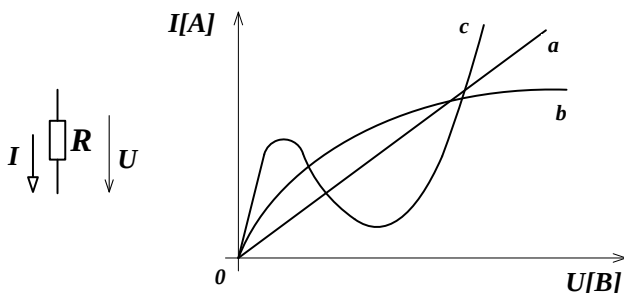


Рисунок 2.6 – Вольтамперные характеристики:
а – линейной нагрузки; b и c – нелинейных нагрузок

Элементы электрической цепи делятся также на активные и пассивные. **Пассивными элементами** электрической цепи называют нагрузки, в которых не возникает ЭДС. Соответственно, **активными элементами** электрической цепи называют нагрузки, в которых возникает ЭДС.

Все источники электрической энергии являются активными элементами, они характеризуются определенным значением ЭДС. Приемники электрической энергии могут быть как пассивными, так и активными, т.е. в них может возникать ЭДС. К активным приемникам относятся, например, электрические дрели, аккумуляторы в процессе их зарядки и пр. При работе таких приемников в них возникает противо-ЭДС, которую необходимо учитывать при анализе работы цепи.

2.2.3 Соединительные провода

В отдельную категорию элементов электрических цепей выделяют соединительные провода. Они обеспечивают передачу электрической энергии от источника к нагрузке. Назначение соединительных проводов – передать электрическую энергию нагрузке с минимальными потерями.

Соединительные провода изготавливаются из металла с малым удельным сопротивлением. Не смотря на это в действительности каждый провод имеет, пусть малое, но определенное сопротивление. При строгом рассмотрении электрической цепи на принципиальной схеме участок металлического проводника должен представляться схемой замещения в виде сопротивления, показанной на рисунке 2.2. Но, как правило, сопротивление соединительных проводов в электрических цепях, не содержащих длинных линий электропередач, много меньше сопротивления других элементов этих цепей. Поэтому на принципиальных схемах соединительные провода изображаются идеальными элементами, имеющими нулевое сопротивление, – линиями.

Рассмотрев отдельные элементы, вернемся к электрической цепи.

2.3 Основные представления теории цепей постоянного тока

Цепью постоянного тока называется такая цепь, в которой ЭДС, токи и напряжения остаются постоянными по величине и не зависят от времени.

Электрические цепи, содержащие только линейные элементы, называются **линейными цепями**. Электрические цепи, содержащие нелинейные элементы называются **нелинейными цепями**.

В дальнейшем мы будем рассматривать электрические цепи постоянного тока с идеальными источниками ЭДС. У идеальных источников ЭДС внутреннее сопротивление равно нулю, т.е. $r_g=0$.

2.3.1 Топологические понятия теории электрических цепей

При анализе работы многих электротехнических устройств приходится иметь дело со сложными электрическими цепями. То-

пология здесь понимается как физическая и/или логическая взаимосвязанность узлов электрической цепи.

Узлом электрической цепи называется точка электрической цепи, в которой соединяются более двух проводников. Узел электрической цепи может быть также определен через понятие ветви электрической цепи.

Ветвью называют участок электрической цепи с одним и тем же током. Ветвь может представлять собой последовательное соединение нескольких элементов. С этой точки зрения узел – это место соединения трех и более ветвей.

В разветвленной электрической цепи можно выделить контуры. **Контуром** называют замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям электрической цепи.

Разветвленными цепями называют цепи, в которых источники и приемники соединяют либо параллельно, либо они имеют смешанное соединение (последовательное с параллельным).

Пример схемы разветвленной цепи с одним источником ЭДС представлен на рисунке 2.7.

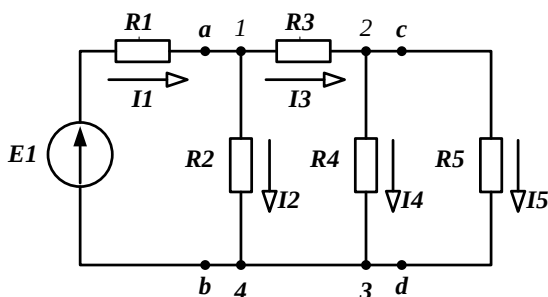


Рисунок 2.7 – Схема разветвленной электрической цепи с одним источником ЭДС

У этой электрической цепи можно выделить пять ветвей, в каждой из которых протекает ток, отличный от других ветвей, четыре узла, которые на схеме обозначены цифрами 1-4. В цепи на

рисунке 2.7 можно выделить множество контуров. Например, контур $1 - R3 - 2 - R4 - 3 - 4 - E1 - R1$ или контур $2 - R5 - 3 - R4$.

В схемах замещения часть цепи можно изобразить одним элементом. Например, на рисунке 2.7 часть цепи между двумя зажимами a и b можно заменить одним элементом. Такой замещающий элемент называется двухполюсником, т.к. у него два зажима – полюса.

Одним элементом можно заместить часть цепи между зажимами a, b и c, d . Поскольку замещающий элемент имеет четыре зажима, он называется четырехполюсником.

Замещающие элементы (двухполюсники, четырехполюсники или, в общем случае, многополюсники) изображают в виде прямоугольника. Если внутри замещающего элемента только пассивные элементы, то в прямоугольнике ставится буква «П». Если многополюсник содержит хотя бы один активный элемент, то в прямоугольнике ставится буква «А».

На рисунке 2.8 показана схема замещения разветвленной цепи, представленной на рисунке 2.7, с двухполюсником (а) и четырехполюсником (б).

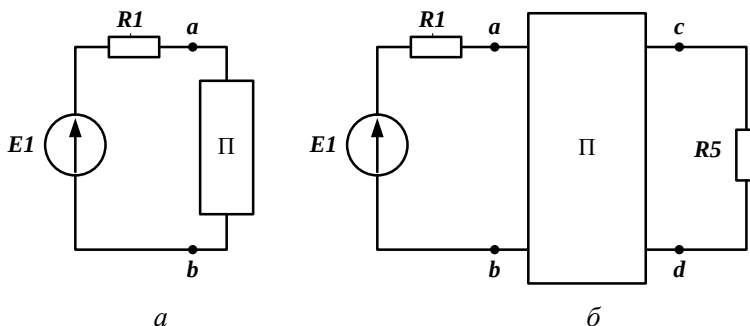


Рисунок 2.8 – Схемы замещения разветвленной электрической цепи: а – с двухполюсником; б – с четырехполюсником

2.3.2 Законы Кирхгофа

Любую электрическую цепь можно рассчитать посредством составления и решения системы уравнений. Для составления системы уравнений используются универсальные правила, получившие название первого и второго законов Кирхгофа. Законы Кирхгофа устанавливают связь между токами ветвей в каждом из узлов и напряжениями на элементах произвольного замкнутого контура цепи.

Согласно **первому закону Кирхгофа** алгебраическая сумма токов n ветвей, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (2.1)$$

При этом токи, направленные от узла, можно брать со знаком плюс, а токи, направленные к узлу, – со знаком минус.

Согласно **второму закону Кирхгофа** алгебраическая сумма напряжений всех участков замкнутого контура равна нулю:

$$\sum_{i=1}^m U_i = 0. \quad (2.2)$$

Поскольку электрическое напряжение между двумя точками участка цепи по определению равно работе электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из одной точки в другую, то второй закон Кирхгофа утверждает, что сумма работ по перемещению единичного положительного заряда по замкнутому контуру равна затраченной энергии источников ЭДС в этом контуре. Фактически второй закон Кирхгофа является следствием закона сохранения энергии.

Применительно к схемам замещения с источниками ЭДС второй закон Кирхгофа можно формулировать таким образом: алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах замкнуто-

го контура равна алгебраической сумме ЭДС, входящих в этот контур:

$$\sum_{i=1}^m R_i I = \sum_{k=1}^k E_k. \quad (2.3)$$

При составлении уравнений (2.1) – (2.3) слагаемые берут со знаком плюс в случае, когда направление обхода контура совпадает с направлением соответственно напряжения, тока или ЭДС, в противном случае слагаемые берут со знаком минус.

Рекомендуется следующий порядок составления уравнений в соответствии с законами Кирхгофа: определяют число ветвей, узлов и независимых контуров, устанавливают число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа, остальные уравнения составляют по второму закону Кирхгофа.

Для определения неизвестных токов в ветвях необходимо составить уравнения по первому и второму законам Кирхгофа, количество которых должно быть равно количеству неизвестных токов. По первому закону Кирхгофа можно составить $y-1$ независимых уравнений, где y – количество узлов цепи. Использовать все y уравнений невозможно, так как одно из них обязательно будет зависимым. Это связано с тем, что токи ветвей войдут в уравнения, составленные для всех y узлов, дважды, причем с разными знаками, поскольку один и тот же ток направлен от одного узла (имеет знак плюс в уравнении) к другому узлу (имеет знак минус). При сложении всех уравнений левая и правая части будут равны нулю, а это означает, что одно из уравнений можно получить суммированием $y-1$ уравнений и заменой знаков всех токов на противоположные. Таким образом, y -е уравнение всегда будет зависимым и поэтому использовать его для определения токов нельзя.

Если количество неизвестных токов в исследуемой разветвленной электрической цепи x , количество узлов y , то для составле-

ния системы уравнений, позволяющей найти все токи, по второму закону Кирхгофа нужно составить $z=x-(y-1)$ уравнений.

2.3.3 Эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей

В зависимости от назначения электрической цепи ее элементы (источники, приемники, вспомогательные элементы) могут соединяться различным образом. Существуют четыре основных вида соединений элементов: последовательное, параллельное, треугольником и звездой. В настоящем ознакомительном курсе соединение элементов треугольником и звездой не рассматривается.

Последовательным называют соединение, при котором ток в каждом элементе цепи один и тот же. При последовательном соединении в цепь n пассивных элементов схема замещения с n резистивными элементами (рис. 2.9, а) может быть заменена эквивалентной схемой с одним резистивным элементом (рис. 2.9, б).

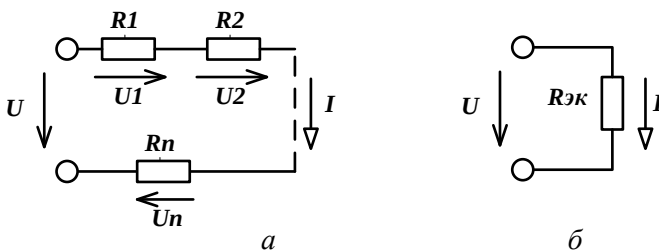


Рисунок 2.9 – Цепь с последовательным соединением n резисторов:
а – схема замещения; б – ее эквивалентная схема

Фактически **эквивалентная схема** является разновидностью схемы замещения. Как положено для схемы замещения эквивалентная схема составляется из идеализированных элементов электрической цепи. Напряжения и токи на зажимах эквивалентной схемы совпадают (с какой-то погрешностью) с токами и напряжениями на зажимах участка цепи, который заменяется эквивалент-

ной схемой. Как правило, эквивалентная схема составляется так, чтобы количество составляющих ее элементов было меньше, чем в замещаемой цепи, или описание процессов в эквивалентной схеме было проще, чем в замещаемом участке цепи. Уравнения для токов и напряжений эквивалентной схемы замещаемого участка цепи являются его математической моделью.

Для этих схем по второму закону Кирхгофа можно написать уравнения

$$\sum_{i=1}^m U_i = U$$

или с учетом закона Ома

$$\sum_{i=1}^n R_i I = R_{\Sigma K} I.$$

Откуда следует, что

$$\sum_{i=1}^n R_i = R_{\Sigma K}. \quad (2.4)$$

То есть эквивалентное сопротивление цепи последовательно соединенных резисторов равно сумме сопротивлений всех резисторов цепи.

Параллельным называют соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т. е. находятся под воздействием одного и того же напряжения. На рисунке 2.10, а, показана схема с n пассивными ветвями, присоединенными к одним и тем же узлам, разность потенциалов между которыми равна напряжению U источника.

Согласно закону Ома ток в каждой ветви определяется напряжением источника и сопротивлением соответствующей ветви:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad \dots \quad I_n = \frac{U}{R_n}. \quad (2.5)$$

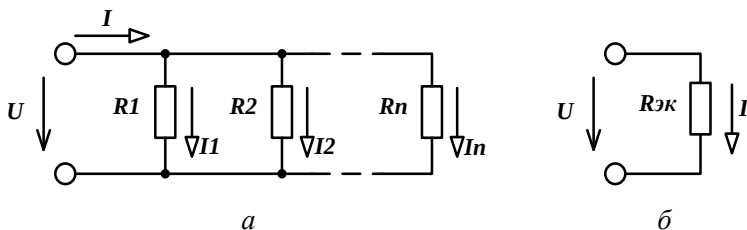


Рисунок 2.10 – Цепь с параллельным соединением n резисторов:
 а – схема замещения; б – ее эквивалентная схема

Схема цепи с n параллельно включенными резисторами может быть заменена эквивалентной схемой с одним резистивным элементом (рис. 2.10, б). Условия эквивалентности будут соблюдены, если ток эквивалентной схемы будет равен току I в неразветвленной части цепи, т. е.

$$I = \sum_{i=1}^n I_i.$$

Подставляя в это уравнение значения токов из (2.5), получим выражение

$$\frac{U}{R_{\text{ЭК}}} = \sum_{i=1}^n \frac{U}{R_i}$$

из которого можно получить формулу для эквивалентного сопротивления

$$\frac{U}{R_{\text{ЭК}}} = \sum_{i=1}^n \frac{U}{R_i} \quad . \quad (2.6)$$

То есть обратная величина к эквивалентному сопротивлению цепи параллельно соединенных резисторов равно сумме обратных величин всех резисторов цепи.

3.3.4 Анализ электрических цепей постоянного тока с одним источником электрической энергии методом эквивалентных преобразований

С помощью законов Кирхгофа можно рассчитать любую электрическую цепь, в том числе цепь постоянного тока с одним источником электрической энергии. Но, зная эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей, можно обойтись без составления системы уравнений по законам Кирхгофа и решения ее.

Для определения токов и напряжений каждого элемента цепи с одним источником электрической энергии можно использовать метод эквивалентных преобразований на основе полученных соотношений (2.4) для последовательного соединения резисторов и (2.6) для параллельного соединения резисторов.

Сущность метода эквивалентных преобразований легко можно понять на примере какой-либо цепи с одним источником электрической энергии. Пусть в цепи, схема которой приведена на рисунке 2.7, необходимо определить токи во всех пяти ветвях, если известны сопротивления всех элементов цепи и ЭДС источника электрической энергии.

Для решения такой задачи отдельные участки электрической цепи с последовательно или параллельно соединенными элементами заменяют одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков схему электрической цепи упрощают и приводят к простейшей схеме цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и одного эквивалентного пассивного элемента.

Рассмотрим более подробно использование метода эквивалентных преобразований на примере цепи, показанной на рис. 2.7. Сначала находят эквивалентное сопротивление участка между узлами 2 и 3, состоящего из двух параллельно соединенных ветвей с

сопротивлениями $R4$ и $R5$. Поскольку эти сопротивления соединены параллельно, эквивалентное сопротивление $R45$ участка следует определять из формулы (2.6):

$$R45 = \frac{R4R5}{R4 + R5} .$$

Следующим шагом находят эквивалентное сопротивление двухполюсника между зажимами a и b . После замены сопротивлений $R4$ и $R5$ на эквивалентное им сопротивление $R45$ схема замещения двухполюсника будет выглядеть так, как показано на рисунке 2.11.

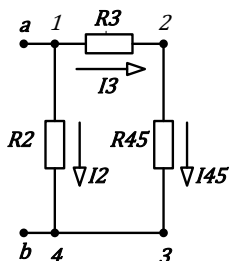


Рисунок 2.11 – Схема замещения двухполюсника между зажимами a и b

На рисунке видно, что схема двухполюсника состоит из двух параллельно соединенных ветвей: одна ветвь состоит из сопротивления $R2$, другая ветвь состоит из соединенных последовательно сопротивлений $R3$ и $R45$. Эквивалентное сопротивление последовательно соединенных резисторов определяется формулой (2.4) и равно сумме сопротивлений $R3+R45$. С учетом этого эквивалентное сопротивление двухполюсника между зажимами a и b находится из формулы (2.6) для параллельно соединенных сопротивлений:

$$Rab = \frac{R2(R3 + R45)}{R2 + R3 + R45} .$$

Таким образом, начальная разветвленная цепь рисунка 2.7 свелась в простой цепи, изображенной на рисунке 2.8, а. На ней мы видим два последовательно соединенных резистора с эквивалентным сопротивлением, равным сумме сопротивлений этих резисторов. Для такой цепи можно определить ток по закону Ома:

$$I1 = \frac{E1}{R1 + Rab} .$$

Теперь, зная ток $I1$, находят напряжение на зажимах a и b по закону Ома

$$Uab = I1 Rab .$$

Одна из ветвей двухполюсника (рис. 2.11) состоит из соединенных последовательно сопротивлений $R3$ и $R45$. При последовательном соединении в каждом элементе течет один и тот же ток. То есть $I3 = I45$. Токи $I2$ и $I3$ находят по закону Ома, исходя из известного напряжения Uab :

$$I2 = \frac{Uab}{R2}; \quad I3 = \frac{Uab}{R3 + R45} .$$

По известному току $I3$ определяют напряжение между узлами 2 и 3 (рис. 2.11):

$$U23 = I3 R45 = \frac{Uab R45}{R3 + R45} .$$

Наконец, по напряжению $U23$ находят токи $I4$ и $I5$:

$$I4 = \frac{U23}{R4}; \quad I5 = \frac{U23}{R5} .$$

Таким образом, не прибегая к составлению и решению системы уравнений по законам Кирхгофа, а используя закон Ома и эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей, находят токи на всех участках разветвленной цепи с одним

источником электрической энергии методом эквивалентных преобразований.

Метод эквивалентных преобразований заключается в последовательной замене отдельных участков разветвленной электрической цепи с последовательно и/или параллельно соединенными пассивными элементами одним эквивалентным элементом. Постепенным преобразованием участков начальную схему электрической цепи упрощают и приводят к простейшей эквивалентной схеме цепи, состоящей из последовательно соединенных источника электрической энергии и одного или нескольких эквивалентных пассивных элементов. Для такой цепи находят ток через получившиеся эквивалентные пассивные элементы. Далее, возвращаясь через промежуточные схемы к первоначальной схеме, находят остальные токи и напряжения с помощью закона Ома и/или законам Кирхгофа.

2.4 Темы контрольных вопросов

1. Что такое электрическая цепь? Что такое узел и ветвь электрической цепи?
2. Характеристикой чего является электрический потенциал? Чем отличается электрический потенциал от электрического напряжения?
3. Основные элементы электрической цепи, их характеристики.
4. Чем отличается электрическое сопротивление от электрической емкости?
5. Что такое ЭДС?
6. Сформулируйте закон Ома для полной цепи. Из чего следует закон Ома для полной цепи?
7. При каких условиях ток в полной цепи источника напряжения будет максимальным?

8. Что такое источник тока, источник ЭДС, внутреннее сопротивление источника электрической энергии?

9. Каково значение напряжения на клеммах источника тока при разомкнутой цепи?

10. Первый и второй законы Кирхгофа.

11. Следствием какого закона сохранения может являться второй закон Кирхгофа?

12. Как определить падение напряжения на одном из резисторов в последовательной цепи из двух резисторов, зная величины сопротивлений резисторов и подаваемое на цепь напряжение?

13. Выведите формулу вычисления внутреннего сопротивления r_e источника ЭДС через известные сопротивление нагрузки R_n , ЭДС источника E , напряжение на нагрузке U .

14. Чем отличаются эквивалентная схема от схемы замещения?

15. Что такое эквивалентные преобразования пассивных участков электрических цепей?

16. Последовательное соединение элементов электрической цепи. Эквивалентное сопротивление цепи последовательно соединенных резисторов.

17. Параллельное соединение элементов электрической цепи. Эквивалентное сопротивление цепи параллельно соединенных резисторов.

18. Какую электрическую цепь называют разветвленной?

19. В чем заключается метод эквивалентных преобразований?

20. Может ли сопротивление участка цепи из двух параллельно соединенных резисторов быть больше любого из них?

21. Может ли сопротивление участка цепи из двух последовательно соединенных резисторов быть меньше любого из них?

3 ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

3.1 Внедрение переменного тока в практику

Долгое время переменный ток не находил практического применения поскольку первые источники электрической энергии вырабатывали постоянное напряжение или постоянный ток, который удовлетворял техническим процессам промышленной электрохимии, а используемые в то время двигатели постоянного тока имели хорошие рабочие характеристики.

Внедрению переменного электрического тока в значительной мере способствовало развитие электрического освещения, особенно изобретение в 1876 году русским электротехником Павлом Николаевичем Яблочковым простого и надежного источника света «свечи Яблочкова» – дуговой лампы без регулятора. В «свече Яблочкова» угли одинакового диаметра, разделенные тонким изолирующим слоем, располагались параллельно друг другу, и их высота уменьшалась по мере сгорания, подобно свече.

Изобретение «свечи Яблочкова» способствовало не только более интенсивному развитию освещения, но и электротехники в целом. Прежде всего «свеча Яблочкова» устойчиво горела при включении в цепь переменного тока, в чем П. Н. Яблочков видел ее существенное преимущество перед предшествующими установками. Он убедительно показал, что на базе переменного тока можно эффективно осуществить «дробление» электрической энергии посредством индукционных катушек – первых трансформаторов, во вторичную обмотку которых включалась «свеча Яблочкова». В предложенной Яблочковым системе «дробления» электрической энергии получила оформление электрическая сеть переменного тока с ее основными элементами: первичный двигатель – генератор – линия передачи – трансформатор – приемник.

В связи с расширением области применения «свечи» значительно возрос спрос на генераторы переменного тока, выпуск которых увеличился в десятки раз. Даже мощность электрических машин обозначалась по числу подключаемых «электрических свечей» (например, «шестисвечный генератор»).

Дальнейшее развитие электрического освещения послужило толчком к разработке более совершенных конструкций трансформаторов. «Свеча Яблочкова» сыграла важную роль и в решении такой электротехнической проблемы, как централизация производства и распределение электрической энергии.

В 1879 г. П. Н. Яблочков выступил с предложением производить электроэнергию на крупных «электрических заводах» и распределять ее подобно тому, как доставляются потребителю вода. В наше время можно по достоинству оценить это прозорливое предвидение прогрессивного направления развития электротехники.

Начинается строительство электростанций переменного тока. Первая такая электростанция была построена в 1884 году в Лондоне. В России первая центральная электростанция переменного тока вступила в строй в 1887 году в Одессе. В XIX в. крупнейшей в России электростанцией переменного тока была станция на Васильевском острове в Петербурге (1894 год) мощностью 800 кВт.

Переход от электрической энергии постоянного тока к электрической энергии переменного тока позволил получить следующие преимущества:

- снизились потери напряжения с 17–20% на постоянном токе до 3% на переменном токе;

- удешевились электрические сети за счет использования проводов меньшего сечения (вместо проводов сечением 400–600 мм² (диаметр от 22 до 28 мм) в сетях постоянного тока в сетях переменного тока использовались провода сечением 58 мм² (диаметр ~9 мм));

– как следствие, увеличился радиус электроснабжения, увеличились сферы применения электрической энергии.

В настоящее время централизованное производство и распределение электрической энергии осуществляется на переменном токе. Переменный ток занял господствующее положение в промышленном приводе и электрическом освещении, в сельском хозяйстве и на транспорте, в технике связи, а также в быту.

3.2 Основные понятия

Переменными называют ЭДС, токи и напряжения, изменяющиеся с течением времени. В электроэнергетике наибольшее применение получили переменные электрические величины, изменяющиеся во времени по синусоидальному закону. Такие электрические величины называются **гармоническими**. Математически гармонические колебания напряжения записываются так:

$$U(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_0) . \quad (3.1)$$

Максимальное по модулю отклонение колеблющейся величины от нулевого значения называется амплитудой гармонического колебания. В равенстве (3.1) амплитуда напряжения обозначена U_m .

Из равенства (3.1) видно, что переменная электрическая величина являются функцией времени. Значение величины в любой определенный момент времени t называют мгновенным. График мгновенных значений напряжения $U(t)$ показан на рисунке 3.1.

Аргумент синуса $(\omega t + \varphi_0)$, измеряемый в радианах отсчитываемый от точки перехода значения колеблющейся величины через нуль к положительному значению, определяет фазный угол синусоидальной функции напряжения в любой момент времени t и называется **фазой**. Величина ω определяет число радианов, на которое изменяется фаза колебаний за секунду, и называется **угло-**

вой частотой. Величина фазы φ_0 в начальный момент времени $t=0$ называется **начальной фазой**. Промежуток времени T (рис. 3.1), в течении которого фаза колебаний изменяется на угол 2π , называемый **периодом**, после чего цикл колебаний повторяется снова: $U(t)=U(t+iT)$, где i принадлежит множеству целых чисел. Следовательно, период и угловая частота связаны соотношением $\omega T=2\pi$. Длительность периода принято измерять в секундах. Величину, обратную периоду, называют **частотой** и обозначают $f=1/T$. Частота определяется количеством периодов в секунду и измеряется в герцах ($\text{Гц}=1/\text{с}$). Таким образом,

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi f .$$

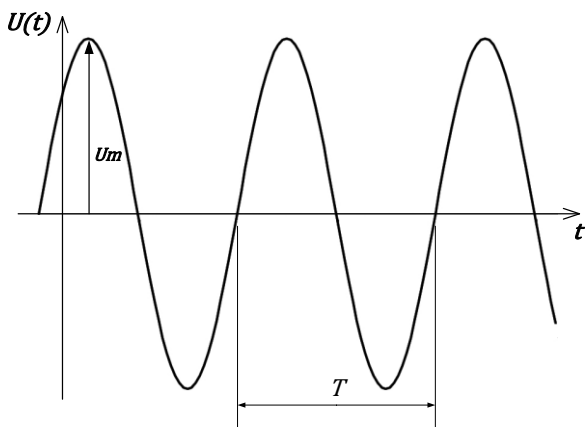


Рисунок 3.1 – График мгновенных значений напряжения $U(t)$

Переменный синусоидальный ток вырабатывается в особых машинах, которые называются генераторами переменного тока. Эти генераторы работают на принципе закона электромагнитной индукции.

3.3 Генерация переменной ЭДС

Выше говорилось, что в электроэнергетике наибольшее применение получили переменные электрические величины, изменяющиеся во времени по синусоидальному закону. Почему именно гармонические колебания получили наибольшее применение?

Для ответа на этот вопрос надо рассмотреть устройство и принцип действия генератора переменной ЭДС. Простейшее устройство генератора переменной ЭДС, преобразующего энергию механического движения в энергию электрических колебаний, показано на рисунке 3.2.

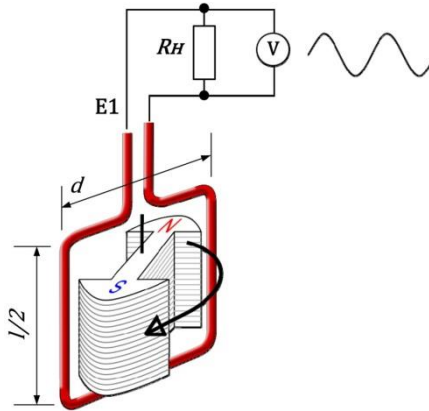


Рисунок 3.2 – Схематическое устройство генератора переменной ЭДС

Принцип действия генератора основан на законе электромагнитной индукции – индуцировании ЭДС в прямоугольном контуре, находящемся в однородном вращающемся магнитном поле. В простейшем случае прямоугольным контуром является рамка из металлического провода с малым сопротивлением, например, из медного провода.

Генератор состоит из неподвижной части, называемой статором. На рисунке 3.2 статором является прямоугольный контур. В действующих устройствах прямоугольный контур выполняется

в виде катушки с прямоугольным сечением, называемой обмоткой статора. Внутри статора помещается подвижная вращающаяся часть, называемая ротором. Ротор приводится во вращение извне, например, каким либо двигателем: двигателем внутреннего сгорания, гидротурбиной и т.п. Ротор представляет собой мощный постоянный магнит.

При вращении ротора, индукция магнитного поля в обмотке изменяется по синусоидальному закону

$$B(t) = B_m \sin(\omega t) ,$$

где B_m – амплитуда индукции магнитного поля в контуре статора, ω – угловая частота вращения ротора.

Благодаря изменяющемуся магнитному полю в проводнике статора индуцируется ЭДС $E_1(t)$

$$E_1(t) = B(t)l \frac{d}{2} \omega = E_m \sin(\omega t) , \quad (3.2)$$

где l – длина двух активных (вертикальных) сторон контура статора, d – расстояние между сторонами статора (см. рис. 3.2), $E_m = B_m l d \omega / 2$ – амплитуда ЭДС.

Как видно из выражения (3.2), в статоре генератора переменной ЭДС генерируется гармоническая ЭДС. При включении в цепь такого генератора нагрузки R_H в ней будет течь гармонический ток.

Конечно же, из-за необходимости обеспечения надежности конструкции генератора, получения максимального коэффициента полезного действия и т.п. устройство действующих генераторов переменной ЭДС значительно сложнее рассмотренного устройства, но принцип получения в них гармонической ЭДС аналогичен рассмотренному. Из-за этой простоты получения гармонической ЭДС гармонические колебания получили наибольшее применение в электроэнергетике.

Кроме того, синусоидальная форма токов позволяет изготавливать двигатели переменного тока относительно простой конструкции, синусоидальный характер изменения токов и напряжений позволяет относительно просто описывать процессы в электрических цепях математически.

3.4 Действующее значение электрической величины

Инерционные измерительные приборы и электрические устройства, например, нагревательные приборы, не успевают следовать за мгновенными изменениями переменного тока. Поэтому действие переменного тока обычно сравнивают по действию с постоянным током. Вводят понятие **действующего значения переменного тока**, под ним понимают величину такого постоянного тока, который за время, равное одному периоду переменного тока, производит такую же работу (тепловой или электродинамический эффект), что и рассматриваемый переменный ток. Действующим значением переменной электрической величины является среднее квадратичное значение переменной величины за период.

Количество тепла, выделяемое на сопротивлении R_H за время T , переменным током $I(t)$ определяется так:

$$Q_{nep} = R_H \int_0^T I^2(t) dt . \quad (3.3)$$

Количество тепла, выделяемое на сопротивлении R_H 0 за время T , постоянным током I определяется так

$$Q_{пост} = R_H I^2 T . \quad (3.4)$$

Приравнявая правые части равенств (3.3) и (3.4) получаем

$$R_H \int_0^T I^2(t) dt = R_H I^2 T .$$

Откуда можно определить действующее значение переменного тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt} . \quad (3.5)$$

Для гармонического тока

$$I(t) = I_m \sin(\omega t) .$$

Если подставить это выражение для гармонического тока в уравнение (3.5) и вычислить интеграл, то получим

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,7071 I_m .$$

Аналогично для действующего значения гармонического напряжения можно получить

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,7071 U_m .$$

3.5 Символический метод расчета электрических цепей переменного тока

Символическим методом называется инженерный метод расчета электрических цепей переменного тока, основанный на применении комплексных чисел.

Оказывается, электрическое состояние цепей переменного тока можно описать законом Ома и уравнениями Кирхгофа, так же как и для цепей постоянного тока. Но величины переменных напряжений и токов в этих уравнениях должны быть записаны с помощью комплексных величин.

Алгебраическая форма записи комплексного числа такова:

$$\dot{c} = a + jb ,$$

где $\dot{c}$ – комплексное число, на что указывает точка над символом, a – действительная часть комплексного числа, jb – мнимая часть комплексного числа. Величина j называется мнимой единицей или оператором поворота на 90° в положительную сторону.

Справедливы соотношения:

$$j = \sqrt{-1}; \quad j^2 = -1.$$

Геометрическая форма записи комплексного числа такова:

$$\dot{c} = |\dot{c}| \cos \gamma + j |\dot{c}| \sin \gamma,$$

где $|\dot{c}|$ – модуль комплексного числа $\dot{c}$, γ – аргумент комплексного числа.

Модуль комплексного числа $|\dot{c}|$ определяется следующим образом

$$|\dot{c}| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Аргумент комплексного числа γ определяется выражением:

$$\gamma = \arctg \frac{b}{a}.$$

Существует показательная форма записи комплексных чисел. Согласно формуле Эйлера

$$e^{j\gamma} = \cos \gamma + j \sin \gamma,$$

где $e = 2,718281828...$ – основание натуральных логарифмов.

Тогда

$$\dot{c} = |\dot{c}| e^{j\gamma}.$$

Эта формула является показательной формой записи комплексного числа.

Используя комплексные величины основные уравнения для описания цепей переменного тока можно записать так.

Закон Ома в символической форме:

$$\dot{U} = \dot{Z} \dot{I}, \text{ или } \dot{Z} = \dot{U} / \dot{I}, \text{ или } \dot{I} = \dot{U} / \dot{Z},$$

где $\dot{U}$ – комплексное напряжение, $\dot{I}$ – комплексный ток, $\dot{Z}$ – комплексное сопротивление.

Первый закон Кирхгофа в символической форме

$$\sum_{i=1}^n \dot{I}_i = 0.$$

Второй закон Кирхгофа в символической форме

$$\sum_{i=1}^m \dot{U}_i = 0.$$

3.7 Идеальные элементы цепи переменного тока

Сначала рассмотрим различные свойства проводника. Из школьного курса физики известно, что проводники обладают свойством препятствовать прохождению электрического тока. Мера этого свойства называют **электрическим сопротивлением**.

В электротехнике используются пассивные элементы электрических цепей, имеющие определенное при их изготовлении электрическое сопротивление. Такие элементы называются **резисторами**. Таким образом, резистор – это элемент электрической цепи, обладающий определенным сопротивлением, а сопротивление – это свойство резистора, используемое в электротехнике.

Еще одним свойством проводника является его способности удерживать электрический заряд. Такая характеристика проводника, а также мера его способности удерживать электрический заряд называется **электрической емкостью**. Емкость определяется отношением величины заряда проводника к его потенциалу.

В электротехнике используются специализированное устройство для накопления заряда – **конденсатор**. В простейшем случае он представляет собой два плоских проводника (называемых обкладками), разделенных тонким слоем диэлектрика.

Таким образом, конденсатор – это пассивный элемент электрической цепи, предназначенный для использования его электрической емкости. Два проводника, разделённых диэлектриком, имеют определенное значение емкости.

Вокруг проводника, по которому течет электрический ток, существует магнитное поле. Величина магнитного потока и величина протекающего в проводнике тока прямо пропорциональны друг другу. Коэффициент пропорциональности между величиной магнитного потока и величиной протекающего в проводнике тока называется **индуктивностью**. Благодаря взаимосвязанности магнитного потока и тока проводник с током обладает свойством препятствовать изменениям проходящего через него электрического тока. ЭДС самоиндукции, возникающая при изменениях тока, препятствует этим изменениям. Мера способности проводника препятствовать изменению протекающего по нему тока называется **индуктивным сопротивлением**.

Пассивным элементом электрической цепи, предназначенным для использования его индуктивного сопротивления, является **катушка индуктивности**. Катушка индуктивности представляет собой свернутый спиралью изолированный проводник, обладающий определенной индуктивностью, как правило, свернутый вокруг ферромагнитного сердечника.

При расчете электрических цепей переменного тока используются идеализированные элементы электрических цепей, каждый из которых обладает только одним свойством:

– **идеальный резистивный элемент** или резистор, который обладает определенным сопротивлением, но не обладает индуктивностью и емкостью;

– **идеальный емкостной элемент** или конденсатор, который обладает определенной емкостью, но не обладает индуктивностью и сопротивлением;

– **идеальный индуктивный элемент** или катушка индуктивности, которая обладает определенной индуктивностью, но не обладает емкостью и сопротивлением.

Идеализированные элементы электрических цепей позволяют создавать расчетные схемы замещения, а, соответственно, математические модели любых электрических цепей и реальных электротехнических устройств. На схемах замещения идеализированные элементы обозначаются латинскими буквами, также как их свойства: резистор буквой R , конденсатор буквой C , катушка буквой L .

В теории электрических цепей, в отличие от электротехники как отрасли техники, обычно не различают идеальный резистивный элемент и его сопротивление, идеальный емкостной элемент и его емкость, идеальный индуктивный элемент и его индуктивность. Поэтому говорят об идеальном сопротивлении R , идеальной индуктивности L и идеальной емкости C .

Идеальным сопротивлением R называется элемент цепи, в котором электрическая энергия преобразуется в тепловую энергию или полезную механическую работу и не запасается внутри элемента.

Если по сопротивлению протекает синусоидальный переменный ток, то напряжение на нем будет

$$U(t) = RI(t) = RI_m \sin(\omega t + \varphi_0) = U_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $U_m = RI_m$.

Из этого равенства видно, что ток в идеальном сопротивлении R совпадает по фазе с падающим на нем напряжением.

Соотношение между напряжением и током сопротивления R можно записать в комплексной форме:

$$\dot{U} = R \dot{I}; \quad \dot{U}_m = R \dot{I}_m .$$

Комплексное сопротивление резистивного элемента является положительным действительным числом, равным сопротивлению R .

Идеальной индуктивностью L называют элемент цепи, в котором электрическая энергия полностью преобразуется в энергию магнитного поля. Идеальный индуктивный элемент не преобразует энергию магнитного поля в тепловую энергию.

Если по индуктивности протекает синусоидальный переменный ток, то напряжение на нем будет

$$U(t) = RI(t) = RI_m \sin(\omega t + \varphi_0) = U_m \sin(\omega t + \varphi_0) ,$$

где $U_m = \omega LI_m$ – амплитуда напряжения на индуктивном элементе.

На идеальном индуктивном элементе в любой момент времени мы наблюдаем сдвиг между напряжением и током на угол $\pi/2$. Таким образом, здесь ток отстает от напряжения на угол 90° (рис. 3.3).

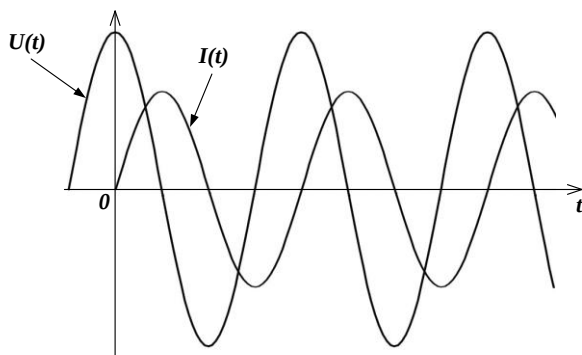


Рисунок 3.3 – Графики тока и напряжения на индуктивном элементе

Величину ωL , имеющую размерность Ом, обозначают X_L и называют индуктивным сопротивлением.

$$X_L = \omega L . \quad (3.6)$$

В комплексной форме закона Ома для индуктивности записывается так

$$\dot{U} = jX_L \dot{I}; \quad \dot{U}_m = jX_L \dot{I}_m .$$

Комплексное сопротивление индуктивного элемента является положительным мнимым числом, модуль которого равен X_L .

Как видно из равенства (3.6), величина индуктивного сопротивления X_L линейно зависит от частоты. Для постоянного тока частота колебаний равна нулю, поэтому для постоянного тока $X_L=0$. Чем больше частота переменного тока, тем выше реактивное сопротивление катушки, при частоте $f \rightarrow \infty$ индуктивное сопротивление $X_L \rightarrow \infty$.

Идеальной емкостью C , называют элемент цепи, в котором электрическая энергия полностью преобразуется в энергию электрического поля. Идеальный емкостный элемент не преобразует энергию электрического поля в тепловую энергию.

Если по емкости протекает синусоидальный переменный ток, то напряжение на нем будет

$$U(t) = \frac{1}{C} \int I(t) dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin(\omega t + \varphi_0) dt = \\ \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}) = U_m \sin(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}) ,$$

где $U_m = \frac{I_m}{\omega C}$ – амплитуда напряжения на емкостном элементе.

На идеальном емкостном элементе в любой момент времени мы наблюдаем сдвиг между напряжением и током на угол $-\pi/2$.

Таким образом, здесь ток опережает напряжения на угол 90° (рис. 3.4).

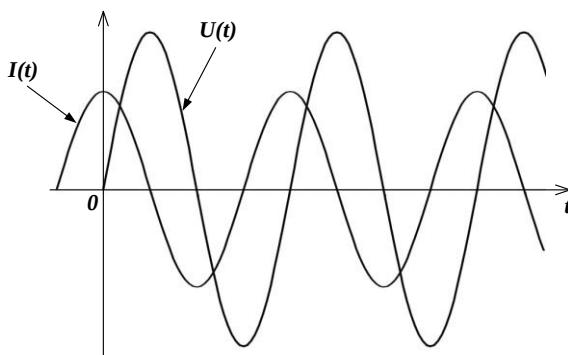


Рисунок 3.4 – Графики тока и напряжения на емкостном элементе

Величину $1/\omega C$ имеющую размерность Ом, обозначают X_C и называют емкостным сопротивлением.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} . \quad (3.7)$$

В комплексной форме закона Ома для емкости записывается так

$$\dot{U} = jX_C \dot{I}; \quad \dot{U}_m = -jX_C \dot{I}_m .$$

Комплексное сопротивление емкостного элемента является отрицательным мнимым числом, модуль которого равен X_C .

Почему говорят о мнимом характере сопротивления катушки и конденсатора? При протекании тока в резисторе электрическая энергия преобразуется в тепловую энергию. Ни в катушке, ни в конденсаторе преобразования электрической энергии в тепловую не происходит. Но в катушке возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая изменению тока, а в конденсаторе накапливаемый или отдаваемый заряд создает ЭДС, препятствующую изменению напряжения. Для электротехнических расчетов договорились представлять действие этих противоЭДС действием сопротивле-

ния, оказывающего эквивалентное по величине препятствие протеканию тока. Действие реальных противоЭДС заменили действием воображаемого, т.е. мнимого, сопротивления. А так как противоЭДС есть реакции (ответ) на изменение тока или напряжения, то сопротивление катушки и конденсатора называют реактивным сопротивлением.

Как видно из равенства (3.7), величина емкостного сопротивления X_C обратно пропорциональна частоте. Чем меньше частота колебаний, тем выше емкостное сопротивление. При $f \rightarrow 0$ емкостное сопротивление $X_C \rightarrow \infty$. То есть для постоянного тока идеальный емкостной элемент является идеальным диэлектриком. Чем больше частота переменного тока, тем меньше реактивное сопротивление конденсатора, при частоте $f \rightarrow \infty$ емкостное сопротивление $X_C \rightarrow 0$.

Теперь рассмотрим электрические цепи с идеальными элементами цепи.

3.8 Последовательное соединение элементов

в цепи гармонического тока

Рассмотрим цепь с последовательным соединением идеальных резистора R , катушки индуктивности L и конденсатора C (рис. 3.5). Такую цепь называют последовательным колебательным контуром.

Предположим, что цепь с последовательным соединением элементов, обладающих параметрами R , L и C , подключена к источнику тока $I(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$ и нужно определить напряжение на ее входе.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для напряжений в комплексной форме:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C .$$

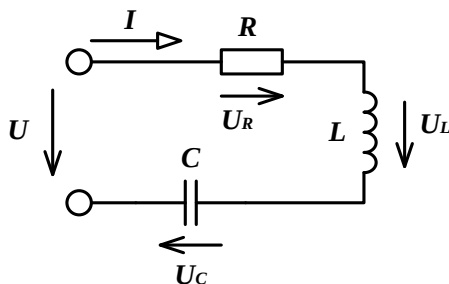


Рисунок 3.5 – Последовательное соединение резистора R , катушки L и конденсатора C

С учетом закона Ома для каждого элемента перепишем это равенство в виде

$$\dot{U} = R\dot{I} + jX_L\dot{I} + (-jX_C)\dot{I} = (R + jX_L - jX_C)\dot{I}$$

или

$$\dot{U} = \dot{Z} \dot{I} .$$

Это равенство является записью закона Ома для рассматриваемой цепи в комплексной форме, а величина $\dot{Z}$ – эквивалентным комплексным сопротивлением цепи:

$$\dot{Z} = \dot{U} / \dot{I} = R + jX_L - jX_C = R + j(X_L - X_C) . \quad (3.8)$$

Из равенства (3.8) следует, что при последовательном соединении элементов цепи эквивалентное комплексное сопротивление цепи равно сумме комплексных сопротивлений всех последовательно включенных элементов, т. е. правило определения эквивалентного комплексного сопротивления последовательной цепи совпадает с аналогичным правилом для цепи постоянного тока. Очевидно, полученный результат справедлив для цепи с последовательным включением любого числа элементов.

Величину

$$X = X_L - X_C \quad (3.9)$$

в мнимой части комплексного сопротивления называют реактивным сопротивлением и обозначают буквой X без индекса.

Действительную часть комплексного сопротивления R называют активным сопротивлением, а коэффициент X при мнимой части называют реактивным сопротивлением. Активное сопротивление, как часть комплексного сопротивления, не следует путать с активным элементом электрической цепи, в котором возникает ЭДС. В активном сопротивлении ЭДС не возникает.

Индуктивное сопротивление X_L и емкостное сопротивление X_C зависят только от параметров элементов и угловой частоты (см. равенства (3.6) и (3.7)), знак реактивного сопротивления X зависит от соотношения между индуктивными и емкостными сопротивлениями цепи.

Рассмотрим соотношение, связывающее полное сопротивление $\dot{Z}$ с активным R и реактивным X сопротивлениями. На рисунке 3.6 показаны построения, соответствующие комплексному выражению $\dot{Z} = R + jX$.

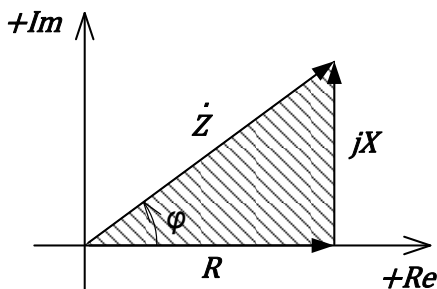


Рисунок 3.6 – Треугольник сопротивлений

Заштрихованный прямоугольный треугольник называют треугольником сопротивлений. Из треугольника сопротивлений очевидны равенства:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X^2}, \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{X}{R}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \sin \varphi = \frac{X}{Z}, \\ R &= Z \cos \varphi, \quad X = Z \sin \varphi. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Теперь получим закон Ома для амплитудных значений тока и напряжения в цепи последовательно соединенных резистора R , катушки L и конденсатора C . Для этого запишем выражение комплексного сопротивления цепи в показательной форме:

$$\dot{Z} = Ze^{j\varphi} = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \arctg(\frac{X}{R})},$$

где модуль эквивалентного комплексного сопротивления Z и фаза φ определены равенствами (3.10).

Если комплексные амплитуды напряжения и тока представить, как $\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$ и $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$, то в соответствии с законом Ома в комплексной форме имеем $\dot{U}_m = \dot{Z} \dot{I}_m$ или $U_m e^{j\psi_u} = Ze^{j\varphi} I_m e^{j\psi_i}$, следовательно,

$$U_m = Z I_m = \sqrt{R^2 + X^2} I_m, \quad (3.11)$$

$$\psi_u = \psi_i + \varphi = \psi_i + \arctg \frac{X}{R}. \quad (3.12)$$

Соотношение (3.11) выражает закон Ома для амплитудных значений тока и напряжения, т. е. позволяет определить амплитуду напряжения при заданных параметрах цепи и амплитуде тока. Очевидно, в аналогичной форме можно представить закон Ома для дей-

ствующих значений тока и напряжения, заменив в (3.11) амплитудные значения тока и напряжения на их действующие значения.

Проанализируем выражение (3.12), определяющее фазовые соотношения между напряжением и током.

Если параметры цепи (рис. 3.5) подобраны таким образом, что справедливо неравенство $\omega L > 1/\omega C$, то в соответствии с (3.9) реактивное сопротивление положительно ($X > 0$), при этом угол φ также больше нуля и напряжение опережает ток на угол $\varphi = \arctg X/R$. В этом случае принято говорить, что цепь последовательно соединенных резистора, катушки и конденсатора имеет индуктивный характер.

Если для рассматриваемой цепи справедливо неравенство $\omega L < 1/\omega C$, то реактивное сопротивление отрицательно ($X < 0$), следовательно, угол $\varphi < 0$ и напряжение отстает от тока. В этом случае принято говорить, что цепь последовательно соединенных резистора, катушки и конденсатора имеет емкостный характер.

Есть еще один вариант соотношения X_L и X_C , при котором они равны, т.е. $\omega L = 1/\omega C$. Тогда реактивное сопротивление цепи $X = 0$ и сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю. Режим, при котором в цепи с последовательным соединением индуктивного и емкостного элементов напряжение на входе совпадает по фазе с током, называют **резонансом напряжений**. Условием резонанса напряжений является равенство

$$X_L = X_C \quad \text{или} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C} . \quad (3.13)$$

В режиме резонанса напряжений мнимая часть комплексного сопротивления цепи равна нулю, т. е. комплексное сопротивление является действительным числом.

Напряжения на элементах L и C находятся в противофазе $\psi_{U_C} = \psi_{U_L} + \pi$, поэтому при резонансе в цепи переменного тока

с последовательным соединением элементов могут создаваться условия, невозможные для цепей постоянного тока, когда напряжения на отдельных участках цепи значительно превышают напряжение на входе.

Определим условия, при которых напряжения на катушке и конденсаторе превышают напряжение на входе. При $X=0$ согласно закону Ома равенство для амплитуд в режиме резонанса напряжений записывается так:

$$I_m = U_m / Z = U_m / R. \quad (3.14)$$

Поскольку в последовательной цепи величина тока на всех участках цепи одинакова, то с учетом (3.14)

$$U_{C_m} = \frac{I_m}{\omega C} = \frac{U_m}{\omega CR}, \quad U_{L_m} = I_m \omega L = U_m \frac{\omega L}{R}.$$

Очевидно, что $U_{C_m} = U_{L_m} > U_m$ при $\frac{1}{\omega C} = \omega L > R$, т.е. амплитуда напряжения на катушке и конденсаторе в цепи последовательно соединенных резистора, катушки и конденсатора в режиме резонанса напряжений больше амплитуды напряжения на входе цепи тогда, когда индуктивное сопротивление катушки X_L и емкостное сопротивление конденсатора X_C больше сопротивления резистора R .

3.9 Параллельное соединение элементов в цепи гармонического тока

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из двух параллельных ветвей, схема замещения которой и положительные направления электрических величин приведены на рисунке 3.7. Такую цепь называют параллельным колебательным контуром.

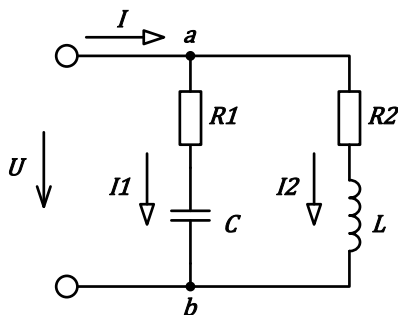


Рисунок 3.7 – Схема замещения цепи с двумя параллельными ветвями

Предположим, что цепь присоединена к источнику напряжения $U(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_n)$, и определим ток неразветвленного участка цепи, если параметры $R1$, L , $R2$ и C заданы. Запишем для узла a уравнение по первому закону Кирхгофа: $I = I1 + I2$. При синусоидальном напряжении источника токи $I1$ и $I2$ ветвей будут также синусоидальными, следовательно, синусоидальным будет и ток I , поэтому уравнение по первому закону Кирхгофа для мгновенных значений тока можно заменить уравнением для комплексных величин:

$$\dot{I} = \dot{I}1 + \dot{I}2. \quad (3.15)$$

Воспользуемся законом Ома в комплексной форме и выразим токи в (3.15) через напряжения, в результате получим

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}1} + \frac{\dot{U}}{\dot{Z}2} = \left(\frac{1}{\dot{Z}1} + \frac{1}{\dot{Z}2} \right) \dot{U}. \quad (3.16)$$

Величина в скобках равенства (3.16) – это эквивалентное комплексное сопротивление двух параллельно соединенных ветвей

$$\frac{1}{\dot{Z}} = \frac{1}{\dot{Z}1} + \frac{1}{\dot{Z}2} \quad \text{или} \quad \dot{Z} = \frac{\dot{Z}1 \dot{Z}2}{\dot{Z}1 + \dot{Z}2}, \quad (3.17)$$

где

$$\begin{aligned}\dot{Z}_1 &= R_1 - jX_C; \quad \dot{Z}_2 = R_2 + jX_L; \\ X_L &= \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C}.\end{aligned}\tag{3.18}$$

Из равенства (3.17) следует, что при параллельном соединении элементов цепи обратная величина эквивалентного комплексного сопротивления цепи равна сумме обратных величин комплексных сопротивлений всех параллельно включенных ветвей, т. е. правило определения эквивалентного комплексного сопротивления параллельной цепи для гармонического тока совпадает с аналогичным правилом для цепи постоянного тока. Очевидно, полученный результат справедлив для цепи с параллельным включением любого числа ветвей.

Соотношение (3.16) при известных значениях параметров R_1 , L , R_2 и C позволяет определить комплексный ток $\dot{I} = \dot{U} / \dot{Z}$ и, следовательно, найти амплитуду и начальную фазу тока неразветвленного участка цепи.

В случае равенства модулей реактивных составляющих токов ветвей цепи $I_{1p} = I_{2p}$ ток неразветвленного участка цепи, содержащей параллельные ветви с индуктивным и емкостным элементами, совпадает по фазе с напряжением ($\varphi=0$). Такой режим работы параллельной цепи называют **резонансом токов**.

Условия резонанса можно записать через мнимые части проводимости двух ветвей.

Проводимость — это величина обратная сопротивлению $\dot{Y} = 1 / \dot{Z}$. Пусть проводимость в комплексной форме записывается так: $\dot{Y} = g + jb$. Тогда проводимость ветви с конденсатором $\dot{Y}_1$ и проводимость ветви с катушкой индуктивности $\dot{Y}_2$ можно записать в форме:

$$\dot{Y}_1 = g_C + jb_C; \quad \dot{Y}_2 = g_L + jb_L.$$

С учетом этого равенство (3.16) можно переписать для проводимостей

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \left(\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \right) \dot{U} = (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2) \dot{U} = \dot{Y} \dot{U} .$$

Отсюда с учетом (3.18) нетрудно получить выражения для действительных и мнимых частей проводимостей $\dot{Y}_1$ и $\dot{Y}_2$.

$$\begin{aligned} g_C &= \frac{R_1}{R_1^2 + X_C^2}; & g_L &= \frac{R_2}{R_2^2 + X_L^2}; \\ b_C &= \frac{X_C}{R_1^2 + X_C^2}; & b_L &= \frac{-X_L}{R_2^2 + X_L^2} . \end{aligned} \quad (3.19)$$

Так как $R_1^2 + X_C^2 = Z_1^2$, а $R_2^2 + X_L^2 = Z_2^2$, где Z_1 – это модуль сопротивления первой ветви, Z_2 – это модуль сопротивления второй ветви, то равенства (3.19) можно записать следующим образом:

$$g_C = \frac{R_1}{Z_1^2}; \quad g_L = \frac{R_2}{Z_2^2}; \quad b_C = \frac{X_C}{Z_1^2}; \quad b_L = \frac{-X_L}{Z_2^2} .$$

Условием резонанса токов в параллельном колебательном контуре будет равенство 0 суммы мнимых частей проводимости двух ветвей. В этом случае проводимость $\dot{Y}$ параллельного колебательного контура будет иметь только действительную часть g .

Следовательно, условие резонанса токов параллельного колебательного контура:

$$b_C = -b_L \text{ или } \frac{R_1}{R_1^2 + X_C^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_L^2} \text{ или } \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_2}{Z_2^2}, \quad (3.20)$$

где b_C – мнимая часть проводимости ветви с конденсатором, b_L – мнимая часть проводимости ветви с катушкой индуктивности.

Надо отметить, что согласно (3.20) условие резонанса токов определяется значениями не только реактивных, но и активных сопротивлений ветвей.

В рассмотренной цепи фазовые соотношения могут приводить к условиям, невозможным для цепей постоянного тока. Так, например, ток неразветвленного участка может быть значительно меньше токов параллельных ветвей. Это объясняется тем, что реактивные составляющие токов ветвей I_{1p} и I_{2p} находятся в противофазе.

Подробный анализ фазовых соотношений между током и напряжением в цепи с параллельным соединением элементов выходит за рамки настоящего ознакомительного курса. Запишем лишь результаты этого анализа.

Соотношения (3.20) позволяют записать неравенства, соответствующие индуктивному характеру цепи параллельного колебательного контура (рис. 3.7)

$$\frac{X_C}{Z_1^2} < \frac{X_L}{Z_2^2},$$

при котором вектор тока неразветвленного участка цепи $\dot{I}$ отстает по фазе от вектора напряжения на некоторый угол φ .

При условии

$$\frac{X_C}{Z_1^2} > \frac{X_L}{Z_2^2},$$

цепь имеет емкостной характер, при котором вектор тока неразветвленного участка цепи $\dot{I}$ опережает по фазе вектор напряжения на некоторый угол φ .

3.10 Частотные свойства *RLC*-цепей гармонического тока

3.10.1 Последовательная *RLC*-цепь

Исследование частотных свойств цепей начнем с рассмотрения цепи с последовательным включением резистора R , катушки L и конденсатора C , подключенной к источнику синусоидального напряжения $U(t) = U_m \sin(\omega t)$, амплитуда U_m которого неизменна, а угловая частота ω может изменяться от нуля до бесконечности. Схема представлена на рисунке 3.8, а.

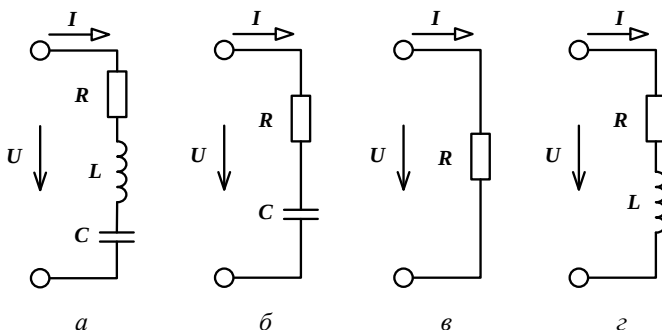


Рисунок 3.8 – Схема электрической цепи с последовательным включением R, L, C :
а – схема последовательной *RLC*-цепи; б – эквивалентная схема на малых частотах; в – эквивалентная схема на резонансной частоте; г – эквивалентная схема на больших частотах

Модуль полного сопротивления последовательной *RLC*-цепи был определен ранее (см. раздел «Последовательное соединение элементов в цепи гармонического тока»):

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (3.21)$$

Из равенства (3.21) видно, что на малых частотах при $\omega \rightarrow 0$ емкостное сопротивление $X_C \rightarrow \infty$, выполняется неравенство

$X_C > X_L$. Следовательно, реактивное сопротивление цепи отрицательно и цепь носит емкостной характер. Поэтому схему замещения цепи можно представить так, как показано на рисунке 3.8, б.

С ростом частоты сопротивление индуктивного элемента L будет возрастать, а сопротивление емкостного элемента C – уменьшаться, их разность, а, следовательно, и модуль сопротивления цепи будет уменьшаться. Это будет происходить до тех пор, пока частота не достигнет частоты резонанса. На частоте резонанса $\omega = \omega_p$ реактивное сопротивление цепи $X = 0$, т.к. $X_C = X_L$. Зависимость модуля полного сопротивления RLC – цепи от частоты $Z(\omega)$ показана на рисунке 3.9.

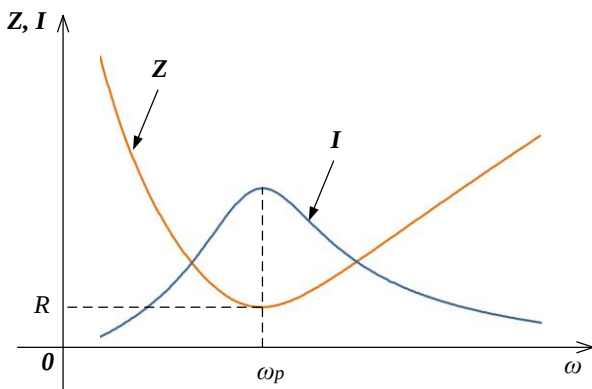


Рисунок 3.9 – Зависимость модуля полного сопротивления Z и действующего значения тока в цепи I от частоты

Из условия резонанса $X_C = X_L$ или $\omega_p L = 1/\omega_p C$ следует, что частота резонанса определяется следующим выражением

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \quad (3.22)$$

Как следует из (3.21), на резонансной частоте модуль полного сопротивления цепи минимален и равен активному сопротивлению $Z(\omega_p) = R$. Поэтому схему замещения цепи можно представить

так, как показано на рисунке 3.8, в. При минимальном полном сопротивлении ток в цепи достигает максимума. Зависимость действующего значения тока $I(\omega)$ также представлена на рисунке 3.9.

При дальнейшем росте частоты выше ω_p сопротивление индуктивного элемента L будет больше сопротивления емкостного элемента C , т.е. $X_L > X_C$. При этом рассматриваемая цепь будет иметь индуктивный характер и ее схема замещения имеет вид, показанный на рисунке 3.8, г.

Кривые $Z(\omega)$ и $I(\omega)$ называют **частотными характеристиками**. Частотные характеристики (рис. 3.9) свидетельствуют о том, что последовательная RLC -цепь обладает определенными избирательными свойствами по частоте: при частоте, стремящейся к нулю, сопротивление цепи стремится к бесконечности, т. е. если к зажимам рассматриваемой цепи будет подведено постоянное напряжение, то постоянного тока в цепи не будет. В то же время на частотах, близких к резонансной, сопротивление цепи минимально, а в случае $R=0$ цепь имеет нулевое сопротивление на резонансной частоте, при этом принято говорить, что цепь закорочена на резонансной частоте.

Для цепи в режиме резонанса вводится параметр, называемый характеристическим или волновым сопротивлением цепи. Из условия резонанса (3.13) с учетом (3.22)

$$X_L = X_C = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho.$$

Величина $\rho = \sqrt{L/C}$ является **характеристическим** или **волновым сопротивлением** цепи.

Если теперь определить отношения U_L или U_C к U , то получим величину

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{X_L I}{RI} = \frac{X_C I}{RI} = \frac{\rho I}{RI} = \frac{\rho}{R} = Q.$$

Величина $Q = \rho / R$ – называется **добротностью** резонансной цепи. Она показывает во сколько раз напряжение на катушке или конденсаторе при резонансе больше, чем напряжение, приложенное к цепи.

Очевидно, что $Q > 1$ если $\rho = \sqrt{L/C} > R$. Из полученных выражений следует, что основная особенность резонанса напряжений состоит в том, что напряжения на катушке и на конденсаторе по абсолютной величине равны друг другу и могут значительно превышать напряжение источника, питающего цепь.

3.10.2 Параллельная *RLC*-цепь

Продолжим исследование частотных свойств цепей с рассмотрением цепи с параллельным включением ветвей, составленных из элементов резистора R , катушки L и конденсатора C , представленной на рисунке 3.10, а, подключенной к источнику синусоидального тока $I(t) = I_m \sin(\omega t)$, амплитуда I_m которого неизменна, а угловая частота ω может изменяться от нуля до бесконечности.

Схема электрической цепи с параллельным включением R , L , C рис. 3.10, а, приближена к типовым цепям, используемым в радиоэлектронике. В отличие от схемы параллельной цепи, изображенной на рисунке 3.7, в схеме цепи на рисунке 3.10, а, в цепи конденсатора отсутствует резистор, т.к. активное сопротивление выводов конденсатора и соединительных проводников цепи пренебрежительно малы по сравнению с сопротивлением провода, которым наматывается катушка индуктивности. Именно сопротивление обмотки катушки представлено на схеме (рис. 3.10, а) активным сопротивлением R . Вместе с тем, в таких схемах на рабочих частотах $R \ll X_L$.

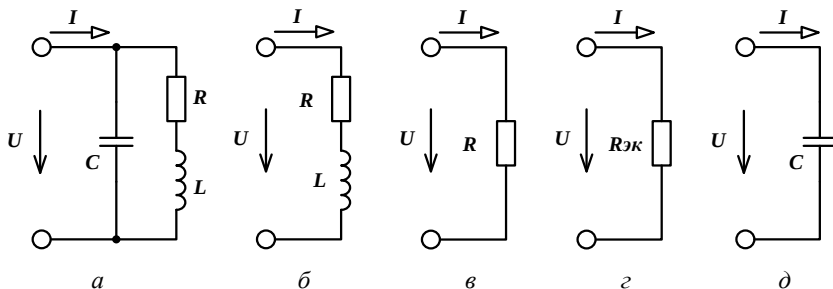


Рисунок 3.10 – Схема электрической цепи с параллельным включением R, L, C :
а – схема параллельной RLC -цепи; б – эквивалентная схема на малых частотах;
в – эквивалентная схема при $\omega \rightarrow 0$; г – эквивалентная схема на резонансной частоте; д – эквивалентная схема на больших частотах

Повторяя рассуждения предыдущего раздела (см. раздел «Параллельное соединение элементов в цепи гармонического тока») можно определить полную проводимость параллельной RLC цепи (рис. 3.10, а):

$$\dot{Y} = \frac{R}{R^2 + X_L^2} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}\right). \quad (3.23)$$

Соответственно, для модуля проводимости параллельной RLC -цепи верно

$$Y = \sqrt{\frac{R^2}{(R^2 + X_L^2)^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}\right)^2}.$$

Из равенства (3.23) видно, что на частотах меньше резонансной частоты выполняется неравенство $\frac{1}{X_C} < \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$. Следовательно, реактивное сопротивление цепи носит индуктивный характер. Поэтому схему замещения цепи можно представить так, как показано на рисунке 3.10, б.

При $\omega \rightarrow 0$ модуль индуктивного сопротивления $X_L \rightarrow 0$ и выполняется неравенство $X_L \ll R$. Следовательно, реактивным сопротивлением цепи можно пренебречь. Поэтому схему замещения цепи можно представить так, как показано на рисунке 3.10, в.

С ростом частоты отношение $1/X_C$ растет, а отношение $\frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$ – уменьшаться, их разность, а, следовательно, и модуль проводимости цепи будет уменьшаться. Это будет происходить до тех пор, пока частота не достигнет частоты резонанса. На частоте резонанса при $\omega = \omega_p$ реактивная проводимость цепи $Y=0$, т.к. $\frac{1}{X_C} = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$. Зависимость модуля проводимости RLC -цепи от частоты $Y(\omega)$ показана на рисунке 3.11.

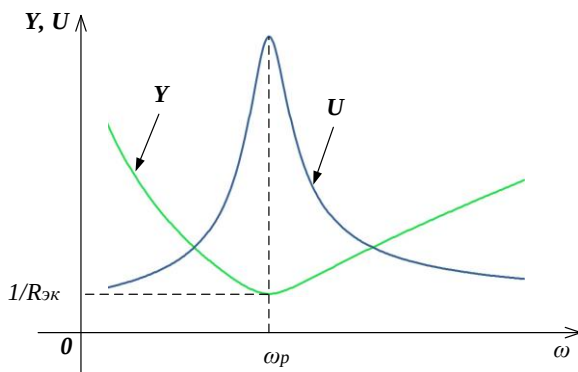


Рисунок 3.11 – Зависимость модуля полной проводимости Y и действующего значения напряжения U на зажимах параллельной RLC -цепи от частоты

Из условия резонанса – равенства нулю реактивной части проводимости – можно определить частоту резонанса

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R^2 \frac{C}{L}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2}{\rho^2}}. \quad (3.24)$$

Как следует из (3.23), на резонансной частоте модуль проводимости цепи минимален и равен $Y(\omega_p) = \frac{R}{R^2 + X_L^2} \approx \frac{R}{\rho^2}$, а модуль полного сопротивления – максимален и равен

$$Z(\omega_p) = \frac{R^2 + X_L^2}{R} = \frac{\rho^2}{R}. \quad (3.25)$$

Сразу заметно отличие величины сопротивления параллельной RLC -цепи от последовательной в режиме резонанса. У последовательной цепи на резонансной частоте полное сопротивление зависит от сопротивления R и не зависит от величин L и C , а у параллельной цепи величина ее полного сопротивления зависит не только от величины активного сопротивления R , но и индуктивного сопротивления X_L .

Так же существует отличие в определении резонансной частоты последовательной и параллельной цепи. В выражении (3.24), в отличие от выражения (3.22), есть дополнительный множитель $\sqrt{1 - R^2 / \rho^2}$, зависящий от активного сопротивления R , а также от величин L и C . Этот множитель уменьшает резонансную частоту параллельной RLC -цепи относительно резонансной частоты последовательной цепи при увеличении активного сопротивления R . Поэтому схему замещения цепи на резонансной частоте можно представить так, как показано на рисунке 3.10, г, где $R_{\text{эк}} = Z(\omega_p) = \rho^2 / R$ – эквивалентное сопротивление параллельной RLC цепи на резонансной частоте.

При минимальной полной проводимости напряжение в цепи достигает максимума. Зависимость действующего значения напряжения $U(\omega)$ также представлена на рисунке 3.11.

Из (3.25) видно, что при $R \rightarrow 0$ эквивалентное сопротивление $R_{\text{ЭК}} \rightarrow \infty$. При $R \rightarrow 0$ и резонансе токов входной ток предельно мал, так как сопротивление цепи стремится к бесконечности. Это свойство широко используется на практике. Параллельная RLC -цепь при резонансе токов является заградительным фильтром, т.е. непрозрачной преградой, пробкой для токов резонансной частоты.

Использованное в предыдущем предложении понятие «фильтр» требует пояснения. **Электрическим фильтром** называют электрическую цепь (устройство) для разделения электрических колебаний различной частоты, в которой из спектра поданных на его вход электрических колебаний выделяются (пропускаются на выход) составляющие, расположенные в заданной области частот, и не пропускаются все остальные составляющие. Колебания каких частот пропускаются на выход, а каких частот задерживаются определяют по **коэффициенту передачи**, который, в свою очередь, есть отношение амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного сигнала на определенной частоте. Обычно для коэффициента передачи строится график **амплитудно-частотной характеристики (АЧХ)**, т.е. зависимости коэффициента передачи установившихся колебаний на выходе от частоты входного гармонического сигнала.

Полоса (диапазон) частот, в которой коэффициент передачи равен или больше определенного значения относительно максимального значения по графику АЧХ называется **полосой пропускания** фильтра. Полоса (диапазон) частот, в которой коэффициент передачи меньше определенного значения относительно максимального значения по графику АЧХ называется **полосой задержания** фильтра. В электротехнике для АЧХ коэффициента передачи

определенное значение принято задавать равным $1/\sqrt{2} \approx 0,7071$ от максимального значения коэффициент передачи по графику АЧХ.

Еще одно замечание. Частотные характеристики (рис. 3.11) свидетельствуют о том, что параллельная RLC -цепь обладает определенными избирательными свойствами по частоте: при частоте, стремящейся к нулю, сопротивление цепи стремится к нулю, т. е. если к зажимам рассматриваемой цепи будет подведено постоянное напряжение, то постоянный ток в цепи будет максимальным; на частотах, близких к резонансной, сопротивление цепи максимально, а в случае $R=0$ контур имеет бесконечное сопротивление на резонансной частоте, т.е. цепь является непрозрачной преградой для токов резонансной частоты.

Когда выше говорилось, что параллельная RLC -цепь при резонансе токов является заградительным фильтром, то подразумевалось, что при подключении последовательно с RLC -цепью некоторой резистивной нагрузки с определенным конечным сопротивлением при убывании сопротивления резистора R в RLC -цепи до нуля эквивалентное сопротивление $R_{\text{эк}}$ RLC -цепи будет стремиться к бесконечности, а, следовательно, падение напряжения на подключенной последовательно с RLC -цепью резистивной нагрузке будет стремиться к нулю. Что означает равенство нулю коэффициента передачи RLC -цепи на резонансной частоте и позволяет говорить, что параллельная RLC -цепь на частотах, близких к резонансной, является заградительным фильтром.

При дальнейшем росте частоты $\omega > \omega_r$ будет справедливо неравенство $\frac{1}{X_C} > \frac{X_L}{R^2 + X_L^2}$. При этом рассматриваемая цепь будет иметь емкостной характер и ее схема замещения будет иметь вид, показанный на рисунке 3.10, д.

В приближении $R \ll X_L$ или, что то же самое, $R \rightarrow 0$ для проводимостей b_L и b_C будет верно

$$b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} \approx \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\rho} \quad \text{и} \quad b_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{\rho},$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ – характеристическое или волновое сопротивление цепи.

Для параллельной RLC -цепи добротность определяется как отношение модулей токов ветвей к входному току. В выбранном приближении добротность будет записываться в следующем виде:

$$Q = \frac{I_L}{I} = \frac{I_C}{I} = \frac{b_L U}{YU} = \frac{b_C U}{YU} = \frac{\rho}{R}.$$

Добротность параллельной RLC -цепи показывает во сколько раз ток в катушке или конденсаторе при резонансе больше, чем общий ток цепи. Таким образом, при малом активном сопротивлении в цепи параллельно соединенных R , L , C элементов добротность определяется также, как для последовательной RLC цепи. Из (3.24) не трудно увидеть, что в приближении $R \rightarrow 0$ резонансная частота параллельного колебательного контура будет очень мало отличаться от резонансной частоты последовательного колебательного контура, определяемой формулой (3.22).

3.11 Применение резонансов напряжений и токов

Практическое применение резонанс напряжений и токов находят в области радиотехники и техники связи.

Явление резонанса напряжений используют в электрических фильтрах разного рода. Например, если необходимо устранить из имеющегося сигнала составляющую переменного тока определен-

ной частоты, то параллельно нагрузке ставят цепь из соединенных последовательно конденсатора и катушки индуктивности.

Вариант такого включения показан на рисунке 3.12, а.

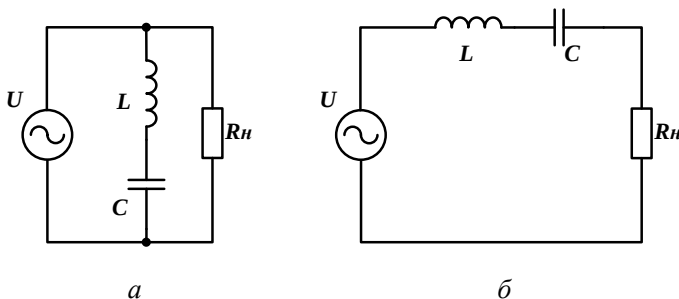


Рисунок 3.12 – Включение последовательной LC -цепи:
а – параллельно нагрузке; б – последовательно нагрузке

Сопротивление LC -цепи для тока резонансной частоты практически равно нулю, поэтому он не попадает в нагрузку. Токи частот далеких от резонансной частоты LC -цепи будут проходить в нагрузку беспрепятственно.

Или наоборот. Если необходимо пропустить только ток определенной частоты, то LC -цепь включают последовательно нагрузке (рис. 3.12, б), тогда составляющие сигнала на резонансной частоте пройдут к нагрузке почти без потерь, а далекие от резонанса частоты окажутся сильно ослаблены и в нагрузку не попадут. Данное свойство может использоваться в радиоприемниках, где перестраиваемый последовательный колебательный контур настраивают на прием строго определенной частоты нужной радиостанции.

Однако, резонанс напряжений в электротехнике используется редко, поскольку он может вызывать перенапряжение и выход из строя оборудования.

Аналогично резонансу напряжений, резонанс токов применяется в различных фильтрах. Но включенный в цепь, параллельный LC -контур действует наоборот: установленный параллельно

нагрузке, параллельный колебательный контур позволит току резонансной частоты контура пройти в нагрузку, поскольку сопротивление самого контура на собственной резонансной частоте минимально.

Вариант такого включения показан на рисунке 3.13, а.

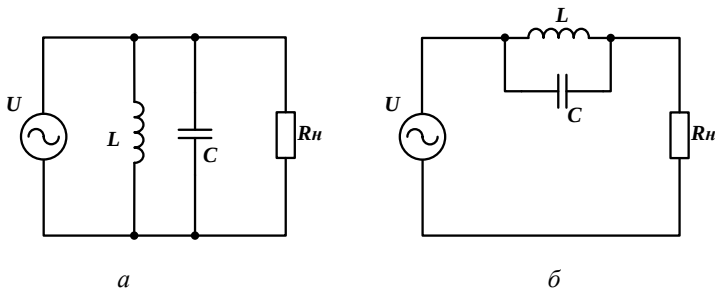


Рисунок 3.13 – Включение параллельной LC -цепи:
а – параллельно нагрузке; б – последовательно нагрузке

При включении параллельной LC -цепи последовательно с нагрузкой (рис. 3.13, б), колебания частот, далеких от резонансной частоты, будут проходить в нагрузку, а на колебания резонансной частоты параллельный колебательный контур не пропустит, поскольку падение напряжения на контуре будет существенно превышать падение напряжения на нагрузке.

В качестве источника гармонических колебаний может выступать антенна радиоприемника (рис. 3.14).

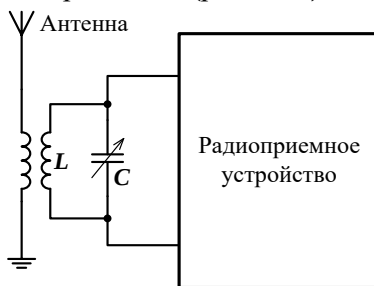


Рисунок 3.14 – Входная цепь радиоприемника
с параллельной LC цепью

Радиоволны от различных передающих станций возбуждают в антенне радиоприемника переменные токи различных частот, так как каждая передающая радиостанция работает на своей частоте. С антенной индуктивно связан колебательный контур. Вследствие электромагнитной индукции в контурной катушке возникают переменные ЭДС соответствующих частот и вынужденные колебания силы тока тех же частот.

При совпадении возбуждающей частоты с резонансной частотой контура колебания силы тока в контуре и напряжения в нем будут значительными, т. е. из колебаний различных частот, возбуждаемых в антенне, контур выделяет только те, частота которых равна его собственной частоте. Настройка контура на нужную частоту обычно осуществляется путем изменения емкости конденсатора. В этом состоит настройка радиоприемника на определенную радиостанцию.

3.12 Переходные процессы в линейных электрических цепях

Переходные процессы возникают при включении или отключении источников, элементов цепи, при коротких замыканиях и обрывах проводов, а также при различных импульсных воздействиях на цепь. Представления о переходных процессах в электрической цепи связаны с понятием «установившийся режим».

Установившийся режим — это режим электрической цепи, при котором электродвижущие силы, электрические напряжения и электрические токи в электрической цепи принимаются постоянными или периодическими.

Под **переходными процессами** понимают электромагнитные процессы, возникающие в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому, чем-либо отличающемуся от предыдущего, например величиной установившегося по-

стоянного напряжения или величиной амплитуды, фазы, частоты переменного тока.

Физической причиной возникновения переходных процессов в цепях является наличие в них элементов, запасающих энергию во внутреннем магнитном или электрическом поле, например, наличие в цепях катушек индуктивности и конденсаторов. Дело в том, что энергия магнитного и электрического полей в этих элементах не может изменяться скачком при коммутации в цепи.

Под **коммутацией** понимается включение или отключение элементов цепи посредством ключей. **Ключ** – это устройство, имеющее, как минимум, два фиксированных положения своих контактов («включено» и «выключено») и способных изменить это положение под внешним воздействием на другое положение контактов за определенный промежуток времени. Принимается, что коммутация происходит мгновенно быстро. Через большой промежуток времени, в пределе при $t \rightarrow \infty$, переходный процесс заканчивается и наступает новый установившийся режим.

Переходный процесс в линейной цепи описывается линейными дифференциальными уравнениями.

В настоящем курсе переходные процессы в нелинейных цепях не рассматриваются.

Для расчетов переходных процессов в электрических цепях в них не обязательно должны быть коммутационные элементы: переключатели, выключатели и другие разновидности ключей. Для изучения переходных процессов вместо ключей в схемах могут устанавливаться источники импульсного напряжения или тока. Под **импульсом напряжения** понимается резкое изменение напряжения в точке электрической цепи, за которым через определенное время следует резкое восстановление напряжения до первоначального или близкого к нему уровня. Аналогично определяется импульс тока. При этом определяются **амплитуда импульса**

как максимальное мгновенное значение импульса напряжения и **длительность импульса** как интервал времени между начальным моментом импульса напряжения и моментом восстановления мгновенного значения напряжения до первоначального или близкого к нему уровня.

Расчет переходного процесса в цепи **классическим методом** содержит следующие этапы.

1. Составление системы уравнений на основе законов Кирхгофа, Ома, электромагнитной индукции и т.д., описывающих состояние цепи после коммутации, с последующим получением из системы уравнений одного дифференциального уравнения исключением переменных. В общем случае неоднородного дифференциального уравнения относительно искомого тока или напряжения. Для простых цепей получается дифференциальное уравнение первого или второго порядка.

2. Составление общего решения полученного неоднородного дифференциального уравнения цепи в виде суммы частного решения неоднородного дифференциального уравнения и общего решения соответствующего однородного дифференциального уравнения.

Применительно к электрическим цепям для нахождения частного решения неоднородного дифференциального уравнения выбирают установившийся режим рассматриваемой цепи (если он существует), т. е. постоянные токи и напряжения, если в цепи действуют источники постоянных ЭДС и токов (или синусоидальные напряжения и токи при действии источников синусоидальных ЭДС и токов). Токи и напряжения установившегося режима обозначают u_y , i_y и называют **установившимися**.

Общее решение однородного дифференциального уравнения описывает процесс в цепи без источников ЭДС и тока, который поэтому называют **свободным процессом**. Токи и напряжения

свободного процесса обозначают $u_{св}$, $i_{св}$ и называют **свободными**, а их выражения должны содержать постоянные интегрирования, число которых равно порядку однородного уравнения.

Свободный процесс вызывается несоответствием между энергией, сосредоточенной в электрическом и магнитном полях емкостных и индуктивных элементов в момент времени, непосредственно предшествовавший коммутации, и энергией этих элементов при новом установившемся режиме в момент времени, непосредственно следующий за коммутацией. Энергия элементов не может измениться скачком, и ее постепенное изменение обуславливает переходный процесс.

3. Нахождение постоянных интегрирования в общем решении $i_{пер} = i_y + i_{св}$, $u_{пер} = u_y + u_{св}$.

Постоянные интегрирования определяют из **начальных условий**, т.е. условий в цепи в начальный момент времени после коммутации. Коммутационные ключи считаются идеальными, такими, что коммутация в заданный момент времени t происходит мгновенно. При таких коммутациях ток в индуктивном элементе и напряжение на емкостном в начальный момент времени после коммутации t_+ такие же, как в момент времени, непосредственно предшествовавший коммутации t_- . Эти условия получаются из законов коммутации.

3.12.1 Законы коммутации

Первый закон коммутации гласит: ток в ветви с индуктивным элементом не может изменяться скачком. В первый момент переходный ток сохраняет значение, которое он имел в момент, предшествовавший коммутации, и дальше начинает изменяться именно с этого значения.

Согласно **второму закону коммутации**, напряжение на емкостном элементе не может изменяться скачком. Значение этого напряжения в момент, предшествовавший коммутации, сохраняется и в первый момент после коммутации, а дальше начинает изменяться именно с этого значения.

Ток в индуктивном элементе $i(t_-)$ и напряжение на емкостном элементе $u(t_-)$ непосредственно перед коммутацией называются **начальными условиями**.

Энергия магнитного поля в индуктивном элементе и электрического поля в емкостном элементе через действующие значения тока и напряжения определяются так:

$$W_M = \frac{Li^2}{2} \quad \text{и} \quad W_E = \frac{Cu^2}{2} .$$

Если допустить существование скачка тока в ветви с индуктивным элементом или напряжения на емкостном элементе, то из этого следует скачкообразное изменения энергии магнитного и, соответственно, электрического полей. Мощность – это производная энергии по времени,

$$P_M = \frac{dW_M}{dt} \quad \text{и} \quad P_E = \frac{dW_E}{dt} .$$

При конечных изменениях энергии магнитного и электрического полей и при $dt \rightarrow 0$ мощность магнитного или электрического полей становятся бесконечными. Однако, электрических цепей бесконечно большой мощности не существует, поэтому скачкообразное изменений магнитного и электрического полей невозможно. А, значит, первый и второй законы коммутации соблюдаются во всех электрических цепях.

3.12.2 Подключение индуктивности к источнику постоянной ЭДС через резистор

Рассмотрим электрическую цепь, в которой к источнику постоянного напряжения U подключается катушка индуктивности L через последовательно соединенный с ней резистор сопротивлением R (рис. 3.15).

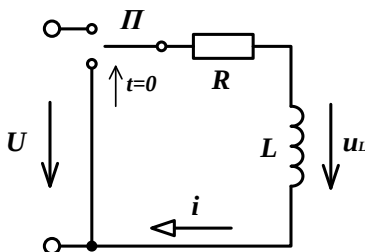


Рисунок 3.15 – Подключение катушки индуктивности
к источнику постоянного напряжения

Проанализируем переходный процесс в цепи при подключении переключателя Π в момент времени $t=0$ к источнику постоянного напряжения классическим методом.

1. Запишем для цепи второй закон Кирхгофа, закон Ома и закон электромагнитной индукции:

$$u_L + u_R = U; \quad u_R = Ri; \quad u_L = L \frac{di}{dt}. \quad (3.26)$$

Исключая из системы уравнений (3.26) переменные u_R и u_L , получаем неоднородное дифференциальное уравнение переходного процесса первого порядка

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U. \quad (3.27)$$

2. Найдем общее решение неоднородного дифференциального уравнения (3.27) как сумму его частного решения и общего реше-

ния соответствующего однородного дифференциального уравнения:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 . \quad (3.28)$$

Частным решением неоднородного дифференциального уравнения первого порядка (3.27) является постоянный ток (нет изменения тока и $di/dt=0$) после окончания переходного процесса (который теоретически продолжается бесконечно), т. е.

$$i_y = \frac{U}{R} ,$$

называемый установившимся током.

Непосредственной подстановкой легко убедиться, что это частное решение удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению (3.27).

Общее решение однородного дифференциального уравнения (3.28) называется свободным током. Оно записывается так:

$$i_{cv} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} , \quad (3.29)$$

где $\tau = L / R$ – постоянная времени.

Переходный ток в цепи определяется суммой установившейся и свободной составляющих:

$$i_{nep} = i_y + i_{cv} = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{t}{\tau}} . \quad (3.30)$$

Для определения постоянной интегрирования A воспользуемся первым законом коммутации. До замыкания выключателя ток в индуктивной катушке был равен нулю, следовательно, в первый момент после замыкания переключателя ток будет также равен нулю:

$$i_{nep}(0_+) = U / R + A = 0 .$$

Отсюда $A = -U/R$, поэтому выражение (3.30) можно представить в виде

$$i_{\text{пер}} = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

т. е. ток в цепи нарастает до установившегося значения $\frac{U}{R}$ по экспоненциальному закону с постоянной времени $\tau = \frac{L}{R}$. Чем меньше сопротивление R , тем больше предельное значение тока в цепи и тем больше энергия, которая будет накоплена в магнитном поле катушки. В цепи с большей индуктивностью также будет больше энергия магнитного поля катушки $W_M = \frac{Li^2}{2}$. В цепи с меньшим сопротивлением R и большей индуктивностью L время накопления энергии в этом поле будет больше, что соответствует большему значению постоянной времени $\tau = \frac{L}{R}$.

Постоянная времени – это обобщённый параметр, характеризующий динамические свойства (инерционность) процесса и имеющий размерность времени. В электротехнике характеристика экспоненциального процесса, т.е. процесса описываемого показательной функцией с основанием, равным иррациональному числу $e \approx 2,718281828$. Обычно это промежуток времени, в течение которого реакция схемы на единичный скачок достигает $(1 - 1/e) \approx 63,212\%$ от своего конечного значения, а при обратном скачке с единицы до нуля – это промежуток времени, в течение которого реакция схемы достигает уровня $1/e \approx 36,788\%$ от своего первоначального значения.

На рисунке 3.16 изображена кривая переходного тока в рассматриваемой цепи.

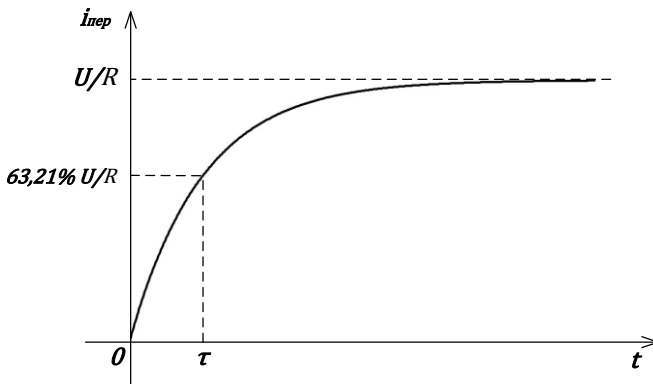


Рисунок 3.16 – График изменения тока при подключении катушки индуктивности к источнику постоянного напряжения

При $t=\tau$

$$i_{nep} = \frac{U}{R}(1 - e^{-1}) \approx 0,63212 \frac{U}{R} . \quad (3.31)$$

Зная график изменения напряжения во времени при зарядке конденсатора, из условия (3.31) можно определить постоянную времени τ . Для этого на графике нужно найти точку, в которой $i_{nep}(\tau) \approx 0,63212 U/R$.

Найдем напряжения на последовательно соединенных резистивном и индуктивном элементах, исходя из (3.26). В соответствии с законом Ома падение напряжения на резисторе R

$$u_R = Ri = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) .$$

Напряжение на индуктивном элементе с индуктивностью L .

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{U}{R\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = U e^{-\frac{t}{\tau}} .$$

График изменения напряжения на резистивном и индуктивном элементах приведен на рисунке 3.17.

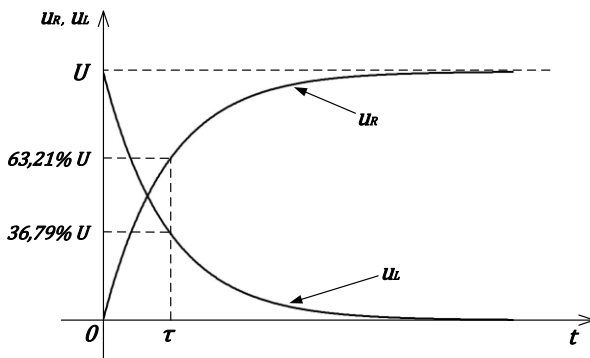


Рисунок 3.17 – График изменения напряжения при подключении катушки индуктивности к источнику постоянного напряжения

В первый момент времени после подключения источника напряжение на индуктивном элементе скачком возрастает до значения $u_L = U$, после чего по экспоненциальному закону уменьшается до нуля.

3.12.3 Короткое замыкание цепи катушки индуктивности с током

Проанализируем переходный процесс в цепи, по которой течет установившийся ток, после подключения переключателя Π в момент времени $t=0$ к соединяющему проводнику, замыкающему цепь накоротко.

Схема для изучения переходного процесса представлена на рисунке 3.18.

Запишем дифференциальное уравнение переходного процесса в цепи после замыкания переключателя:

$$u_L + u_R = L \frac{di}{dt} + Ri = 0 . \quad (3.32)$$

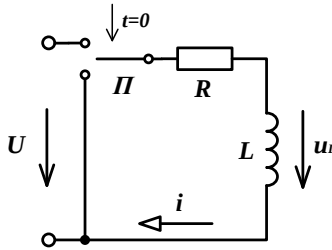


Рисунок 3.18 – Короткое замыкание цепи катушки индуктивности с током

Так как дифференциальное уравнение (3.32) однородное (и совпадает с уравнением (3.28)), то его общее решение содержит только свободную составляющую (3.29) :

$$i = i_{c0} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.33)$$

где $\tau = L/R$ – постоянная времени цепи.

Найдем значение постоянной интегрирования A . Согласно закону коммутации для индуктивного элемента ток в нем не может изменяться скачком. Так как до переключения переключателя Π в катушке был постоянный ток, равный $i_-(0) = U/R$, то

$$i_-(0) = i_+(0) = U/R = A.$$

Тогда (3.33) можно записать в виде

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.34)$$

Ток в катушке индуктивности после коммутации (рис. 3.18) поддерживается за счет энергии, накопленной в ее магнитном поле.

Определим напряжения на последовательно соединенных резистивном и индуктивном элементах, исходя из (3.34) и (3.26):

$$u_R = Ri = Ue^{-\frac{t}{\tau}},$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -L \frac{U}{R\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = -Ue^{-\frac{t}{\tau}}.$$

График изменения тока в цепи приведен на рис. 3.19.

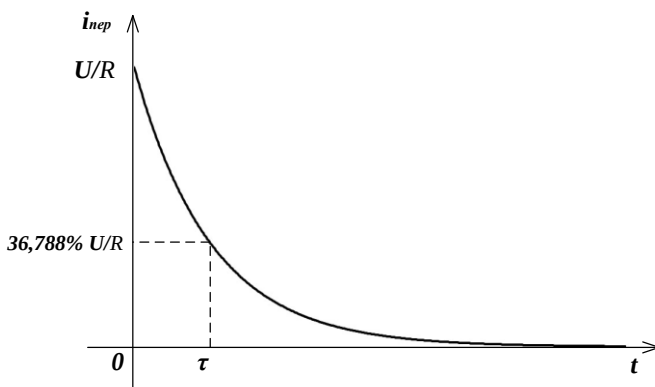


Рисунок 3.19 – График изменения тока при коротком замыкании катушки индуктивности с током

Поскольку ток в катушке индуктивности после коммутации поддерживается за счет энергии, накопленной в ее магнитном поле, то начиная с момента короткого замыкания в момент времени $t=0$ ток в цепи с максимального значения U/R падает по экспоненциальному закону до нуля (в пределе при $t \rightarrow \infty$). В момент времени τ величина тока в цепи составляет 36,788% от максимальной величины тока.

При коротком замыкании цепи катушки индуктивности с током график изменения напряжения на резистивном элементе падает с максимального значения U до нуля по экспоненте с постоянной времени $\tau=L/R$ (рис. 3.20).

График изменения напряжения на индуктивном элементах приведен на рисунке 3.20. В первый момент времени после короткого замыкания индуктивного элемента напряжения на нем скачком уменьшается до значения $u_L = -U$, после чего по экспоненциальному закону возрастает до нуля.

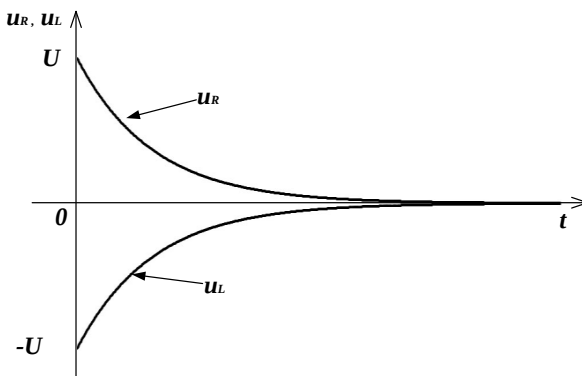


Рисунок 3.20 – График изменения напряжений при коротком замыкании катушки индуктивности с током

3.12.4 Зарядка конденсатора от источника постоянной ЭДС через резистор

Рассмотрим электрическую цепь, в которой к источнику постоянного напряжения U подключается конденсатор емкостью C через последовательно соединенный с ним резистор сопротивлением R .

Будем считать, что до включения источника напряжение на конденсаторе было равно нулю, следовательно, энергия его электрического поля также была равна нулю.

Схема электрической цепи представлена на рисунке 3.21.

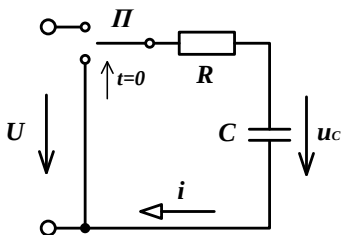


Рисунок 3.21 – Подключение RC цепи к источнику постоянного напряжения U

После замыкания выключателя в цепи возникает ток, и конденсатор заряжается до тех пор, пока напряжение на нем не достигнет напряжения источника U . Система уравнений для этой цепи составляется из второго закона Кирхгофа, закона Ома и соотношения, связывающего ток и напряжение на конденсаторе,

$$u_R + u_C = U; \quad u_R = Ri; \quad i = C \frac{du_C}{dt}.$$

Исключение переменных u_R и i приводит к линейному дифференциальному уравнению в виде

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U. \quad (3.35)$$

Это линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Токи и напряжения, которые получаются в результате частного решения уравнения для установившегося режима, называют установившимися (i_y , u_y). Установившееся напряжение на конденсаторе u_{cy} находится при $t \rightarrow \infty$, когда напряжение на конденсаторе перестает изменяться ($du_C/dt = 0$) и согласно (3.35) $u_{cy} = U$.

Токи и напряжения, получаемые в результате общего решения уравнения (3.35), определяются лишь параметрами элементов цепи и называются свободными ($i_{cв}$, $u_{cв}$).

Суммы установившихся и свободных токов и напряжений определяют переходные токи и напряжения, т. е. их значения во время переходного процесса:

$$i_{nep} = i_y + i_{cв}; \quad u_{nep} = u_y + u_{cв}.$$

Выражение для свободного напряжения на конденсаторе $u_{C_{cв}}$ определяется решением однородного дифференциального уравнения

$$\frac{du_{C_{cв}}}{dt} + \frac{1}{RC} u_{C_{cв}} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u_{C_{св}} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Величину $\tau=RC$ называют постоянной времени, так как она имеет размерность времени и характеризует длительность протекания переходного процесса. Величина постоянной времени τ получается в секундах, если сопротивление R измеряется в омах, а емкость C – в фарадах. Чем больше τ , тем дольше продолжается переходный процесс. Таким образом, постоянная времени является мерой инерции электрической цепи при протекании переходных процессов.

Постоянная A определяется из начального условия равенства нулю напряжение на конденсаторе до включения источника напряжения $u_{C_{пер}}(0_-)=0$. И для переходного напряжения получается решение

$$u_{C_{пер}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Ток в цепи во время переходного процесса

$$i_{C_{пер}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При $t=\tau$

$$u_{C_{пер}} = U(1 - e^{-1}). \quad (3.36)$$

Зная график изменения напряжения во времени при зарядке конденсатора, из условия (3.36) можно определить постоянную времени τ . Для этого на графике нужно найти точку, в которой $u_C(\tau) \approx 0,63212 U$.

График изменения напряжения и тока при зарядке конденсатора показан на рисунке 3.22.

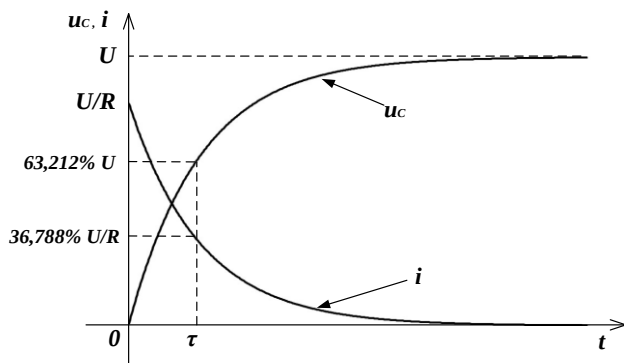


Рисунок 3.22 – График изменения напряжения и тока при зарядке конденсатора

3.12.5 Короткое замыкание цепи заряженного конденсатора

Рассмотрим электрическую цепь, в которой разрядка заряженного до напряжения U конденсатора C начинается при замыкании ключа в момент времени $t=0$ (см. рис. 3.23).

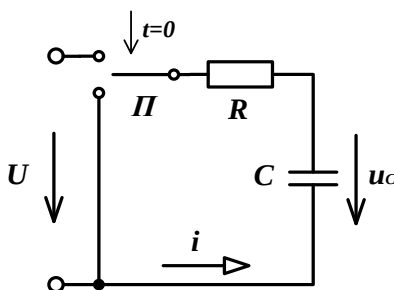


Рисунок 3.23 – Короткое замыкание цепи заряженного конденсатора

Рассмотрение процесса разрядки конденсатора аналогично рассмотрению процесса его зарядки при других граничных условиях. При разрядке установившееся напряжение на конденсаторе u_{cy} (при $t \rightarrow \infty$) равно нулю $u_{cy}=0$, а $u_{C_nep}(0)=U$.

Для переходного напряжения на конденсаторе при его разрядке получается выражение

$$u_{C_пер} = U e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3.37)$$

а для переходного тока

$$i_{C_пер} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Из (3.37) видно, что постоянная времени $\tau=RC$ определяет время, в течение которого u_C , затухая, уменьшается в e раз по сравнению с начальным значением $u_C(0)=U$.

При $t=\tau$

$$u_C(\tau) = Ue^{-1} \approx 0,36788 U. \quad (3.38)$$

Зная график изменения напряжения во времени при разрядке конденсатора, из условия (3.38) можно определить постоянную времени τ . Для этого на графике нужно найти точку, в которой $u_C(\tau) \approx 0,36788 U$.

График изменения напряжения и тока при разрядке конденсатора показан на рисунке 3.24.

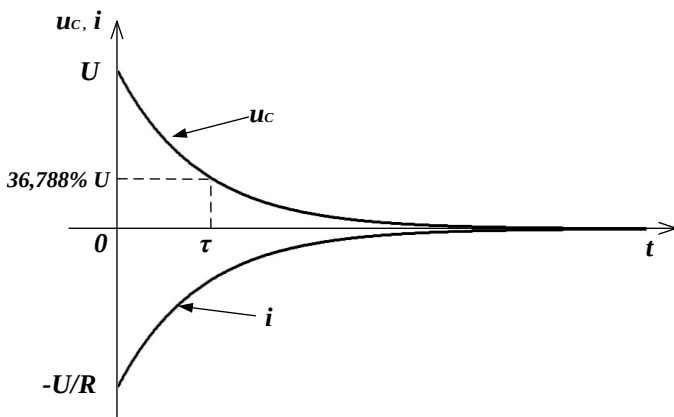


Рисунок 3.24 – График изменения напряжения и тока при разрядке конденсатора

3.13 Темы контрольных вопросов

1. Каковы преимущества перехода от электрической энергии постоянного тока к электрической энергии переменного тока?
2. Какие электрические величины называются гармоническими?
3. Что такое фаза гармонического колебания напряжения?
4. Принцип действия генератора переменной ЭДС.
5. Что такое действующие значения тока и напряжения? Как связаны действующие значения напряжения и тока с соответствующими амплитудами гармонических колебаний напряжения и тока?
6. Формы записи комплексного числа.
7. Законы Ома и Кирхгофа для цепей переменного тока.
8. Идеализированные элементы электрических цепей, их свойства, обозначения на схемах. Разность фаз протекающего через каждый идеализированный элемент тока и падающего на нем напряжения в цепях синусоидального переменного тока.
9. Особенности сопротивлений идеализированных элементов электрических цепей гармоническому переменному току.
10. Последовательное соединение элементов R , L и C в цепи гармонического тока.
11. Резонанс в последовательной RLC -цепи, условие резонанса.
12. Параллельное соединение элементов R , L и C в цепи гармонического тока.
13. Резонанс в параллельной RLC -цепи, условие резонанса.
14. Последовательная RLC -цепь, ее схемы замещения.
15. Параллельная RLC -цепь, ее схемы замещения.
16. Волновое (характеристическое) сопротивление RLC -цепи.
17. Добротность последовательной RLC -цепи и параллельной цепи RLC цепи на частоте резонанса.
18. Частотные характеристики последовательной и параллельной RLC -цепей.

19. Как отличаются резонансная частота последовательной RLC цепи и резонансная частота параллельной RLC -цепи при одинаковых значениях в них индуктивности L и емкости C ?

20. Что происходит с сопротивлением последовательной RLC -цепи на резонансной частоте при $R \rightarrow 0$?

21. Что происходит с сопротивлением параллельной RLC -цепи на резонансной частоте при $R \rightarrow 0$?

22. Какой режим работы электрической цепи называется установившимся?

23. Что называется переходным процессом?

24. Классический метод расчета переходного процесса в цепи: основные этапы.

25. Законы коммутации.

26. Подключение индуктивности к источнику постоянной ЭДС через резистор. Уравнение для переходного тока.

27. Короткое замыкание цепи катушки индуктивности с током. Уравнение для переходного тока.

28. Зарядка конденсатора от источника постоянной ЭДС через резистор. Уравнение для переходного напряжения.

29. Разрядка конденсатора через резистор. Уравнение для переходного напряжения.

30. Чему равна и какой физический смысл имеет постоянная времени τ для RC - и RL - цепей?

31. Чему равен ток в резисторе в момент появления импульса ($t=0_+$) на входе RL -цепи?

32. Как ведет себя напряжение на катушке индуктивности в момент времени $t=\infty$ при подключении RL -цепи к источнику постоянного напряжения?

33. Как ведет себя напряжение на конденсаторе в момент времени $t=0_+$ при разрядке?

34. Как ведет себя напряжение на конденсаторе в момент времени $t=\infty$ при зарядке?

4 НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

4.1 Полупроводники

Полупроводниками называется класс веществ, который по удельной электрической проводимости является промежуточным между проводником и диэлектриком. Их электропроводность зависит от температуры, увеличиваясь при её повышении (в отличие от металлов), от количества и природы примесей, воздействия электрического поля, света и других внешних факторов. К полупроводникам принадлежат бор, углерод (алмаз), кремний, германий, селен, теллур, арсенид галлия, карбид кремния, многие оксиды, сульфиды, теллуриды, селениды и др., а также многие органические соединения. По совокупности физико-химических свойств в электронике наибольшее распространение получили кремний (Si) и германий (Ge), а в оптоэлектронике и электронике сверхвысоких частот – арсенид галлия (GaAs).

Кремний является вторым по распространённости химическим элементом на Земле (после кислорода). Чаще всего в природе кремний встречается в виде кремнезёма – соединений на основе диоксида кремния SiO_2 (около 12 % массы земной коры). Основные минералы и горные породы, образуемые диоксидом кремния, – это песок (речной и кварцевый), кварц и кварциты, кремень, полевые шпаты.

Кристаллическая решётка кремния алмазного типа, поэтому кристаллический кремний – вещество твердое и хрупкое. Температура плавления порядка $t_{пл}=1400^\circ\text{C}$. Концентрация собственных носителей заряда в кремнии при нормальных условиях составляет около $n=1,5\cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ (для металлов концентрация свободных носителей заряда имеет порядок $10^{22} - 10^{23} \text{ см}^{-3}$).

Сверхчистый монокристаллический кремний используется для производства различных дискретных электронных приборов

(полупроводниковых диодов, транзисторов и т.д.), а также большинства микросхем.

Чистый кремний, отходы сверхчистого кремния, очищенный металлургический кремний в виде поликристаллического кремния являются основным сырьем для солнечной энергетики.

Германий имеет значительно меньшее распространение в природе. Общее содержание германия в земной коре $1,5 \cdot 10^{-40}\%$ по массе, т.е. на пять порядков меньше, чем кремния. Основная масса германия рассеяна в земной коре в большом числе горных пород и минералов. Германий концентрируется в месторождениях многих металлов – в сульфидных рудах цветных металлов, в железных рудах, в гранитах, диабазах и базальтах. В некоторых в сульфидных рудах содержание германия может достигать достигает до 10 килограммов на тонну руды.

Германий – хрупкий, серебристо-белый полуметалл. Кристаллическая решётка алмазного типа. Кристаллический германий также вещество твердое и хрупкое. Температура плавления порядка $t_{пл}=940^{\circ}\text{C}$. Концентрация собственных носителей заряда в германии при нормальных условиях составляет около $n=2,33 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, т.е. выше на 3 порядка, чем в кремнии. Но у германия теплопроводность в два с лишним раза меньше, чем у кремния. Из-за чего германиевые электронные приборы, как правило, рассчитаны на меньшую рассеиваемую мощность, чем кремниевые.

У полупроводников существует два типа проводимости, т.е. два типа способности проводить электрический ток.

Рассмотрение типов проводимости полупроводников начнем с рассмотрения кристаллической решетки, которую образуют атомы кремния (рис. 4.1).

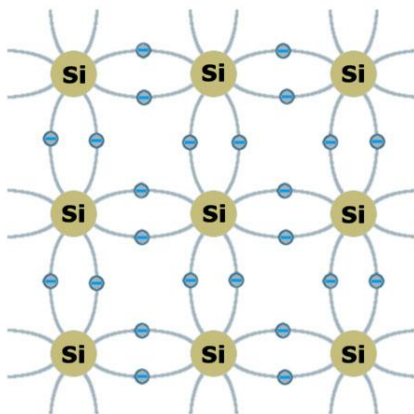


Рисунок 4.1 – Кристаллическая решетка кремния

На внешней электронной оболочке атома кремния находятся четыре электрона. С их помощью, устанавливается ковалентная связь с четырьмя соседними атомами. Каждый электрон в такой связи принадлежит, как бы, двум атомам одновременно.

При введении в кристалл **донорных примесей** (доноры, от латинского *donare* – дарить) – атомов пятивалентных элементов, например, атомов мышьяка (As), такой атом устанавливает ковалентные связи с четырьмя соседними атомами кремния. Для пятого валентного электрона не останется пары, и он становится слабо связанным с атомом.

Под действием электромагнитного поля, такой электрон легко вовлекается в упорядоченное движение заряженных частиц (электрический ток). Потерявший электрон атом превращается в неподвижный положительно заряженный ион. Основными носителями заряда в полупроводнике с донорными примесями при появлении электрического поля являются электроны. Поэтому проводимость такого полупроводника называется электронной проводимостью.

Кристаллическая решетка кремния с донорной примесью показана на рисунке 4.2.

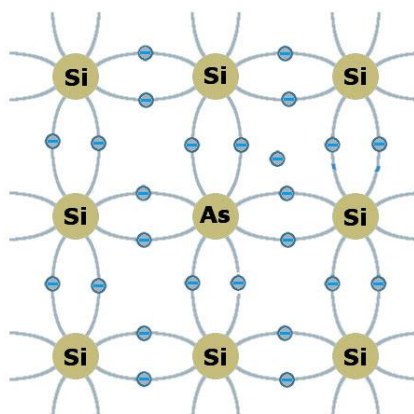


Рисунок 4.2 – Кристаллическая решетка кремния с донорной примесью

Таким образом, **электронная проводимость** (проводимость n -типа) – (n , от англ. negative – отрицательная) проводимость полупроводника, в котором основные носители тока – электроны проводимости. Электронная проводимость осуществляется в полупроводниках, когда концентрация доноров превышает концентрацию акцепторов.

Если вместо атомов пятивалентных элементов в кристалл проводника ввести атомы трехвалентных элементов, например, индия (In), то такой атом установит ковалентные связи лишь с тремя соседними атомами кремния. Для четвертого соседнего атома кремния у индия не хватает одного электрона. Этот недостающий электрон может быть захвачен атомом индия из ковалентной связи соседнего атома кремния. Поэтому примеси трехвалентных атомов называют **акцепторными примесями** (акцепторы, от латинского acceptor – принимающий).

Кристаллическая решетка кремния с акцепторной примесью показана на рисунке 4.3.

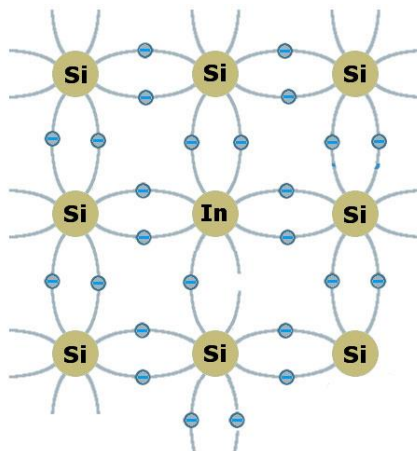


Рисунок 4.3 – Кристаллическая решетка кремния с акцепторной примесью

В результате атом индия превращается в неподвижный отрицательно заряженный атом. В ковалентной связи соседнего атома кремния образуется вакансия, и этот атом превращается в положительно заряженный ион с недостающим электроном – *дырку*. На место образовавшейся дырки может переместиться электрон из валентной связи соседнего атома полупроводника. С физической точки зрения этот процесс можно представить не переходом электронов между соседними атомами полупроводника, а движением подвижных (или свободных) дырок с положительным зарядом, равным по величине заряду электрона.

Если поместить полупроводник с акцепторной примесью в электромагнитное поле, движение дырок станет упорядоченным, т.е. возникнет электрический ток. **Дырочная проводимость** (проводимость *p*-типа) – (*p*, от англ. positive – положительная) определяется как проводимость полупроводника, в котором основные носители тока – дырки. Дырочная проводимость осуществляется, когда концентрация акцепторов превышает концентрацию доноров.

Под действием приложенного напряжения электроны в кристалле дрейфуют к положительному полюсу, а дырки – к отрицательному полюсу источника напряжения.

4.2 Полупроводниковый диод

Полупроводниковый диод является полупроводниковым прибором. Полупроводниковый прибор – это прибор, действие которого основано на использовании свойств полупроводника.

Языковая справка. Слово «прибор» образовано из глагола «прибирать» и обозначает действие по этому глаголу, а именно, «общность вещей, собранных в одно целое, на известное дело» (по Толковому словарю В.И. Даля). Таким образом, полупроводниковый прибор – это общность соединенных в одно целое полупроводников *p*-типа и *n*-типа, созданная для решения электротехнических задач.

Слово диод образовано от греческого слова $\delta\acute{\iota}\varsigma$ вдвое, вдвойне и электрод, составленного, в свою очередь, из греческих слов $\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\nu$ янтарь, электрон и $\acute{o}\delta\acute{o}\varsigma$ путь, дорога.

Полупроводниковый диод является простейшим полупроводниковым прибором. Он представляет собой двухэлектродный полупроводниковый прибор, обладающий односторонней проводимостью, действие которого обусловлено свойствами *p-n* перехода. Полупроводниковые диоды на *p-n* переходе представляют наиболее обширный класс полупроводниковых диодов. Существуют полупроводниковые диоды, использующие свойства контакта металл – полупроводник (диоды Шоттки), и другие.

Полупроводниковый диод является **нелинейным элементом**, т.е. элементом электрической цепи, падение напряжения на котором нелинейно зависит от силы протекающего через него тока.

В настоящем обзорном курсе будет рассмотрен полупроводниковый диод на *p-n* переходе или электронно-дырочном переходе

де. P - n переход – это область соприкосновения двух полупроводников с разными типами проводимости – дырочной и электронной. Переход в теле монокристалла полупроводника образуется путем диффузии в него донорных примесей, способных отдавать электроны (увеличивать концентрацию свободных электронов), или акцепторных примесей, способных отбирать электроны (создавать подвижные вакансии для электронов в кристаллической решетке – дырки). Схематично p - n переход показан на рисунке 4.4. В полупроводнике типа p имеются в избытке положительные заряды – дырки, которые при движении через них электронов ведут себя как подвижные положительно заряженные частицы. В полупроводнике типа n преобладают отрицательно заряженные электроны в зоне проводимости, способные создавать ток.

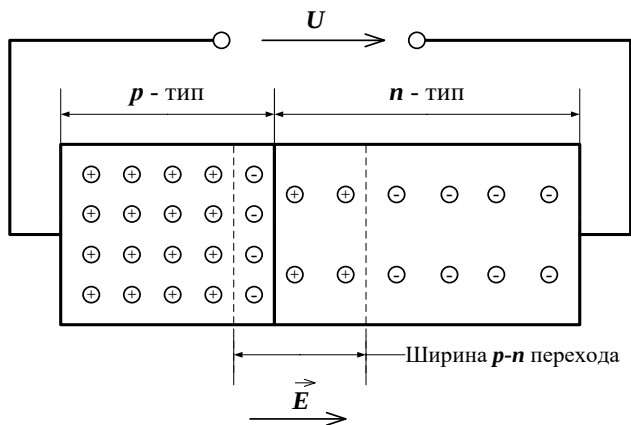


Рисунок 4.4 – p - n переход

На границе слоев за счет теплового движения (диффузии) часть дырок переходит из слоя p в слой n , и наоборот, некоторые электроны попадают из слоя n в слой p . Расстояние, на которое способны проникать заряды из одной области полупроводника в другую, называют **диффузионной длиной**. Слой p возле перехода получает избыточный отрицательный заряд, а слой n – положи-

тельный. Между образовавшимися зарядами возникает электрическое поле, препятствующее переходу зарядов из одного слоя в другой. Часть дырок под действием электрического поля возвращается в слой p , а часть электронов — в слой n . Образуется динамическое равновесие при постоянном движении носителей заряда через переход.

Если концентрации основных носителей в слоях p и n разные (а, следовательно, различаются соответствующим образом и проводимости слоев), то заряженная область p - n перехода оказывается смещенной от границы между слоями в сторону высокоомного слоя (n -типа на рис. 4.4). При значительной разнице между концентрациями носителей прямой ток через переход практически определяется инжекцией («впрыскиванием») основных носителей низкоомного слоя в высокоомный. Низкоомный слой (p -типа на рис. 4.4), имеющий высокую концентрацию носителей, служит поставщиком зарядов для тока через диод. Такой низкоомный слой называется **эмиттером** (создающим эмиссию носителей). Слово эмиссия происходит от латинского **emissio**: испускание, излучение, выпуск и т.д. Эмиттер имеет более высокую концентрацию носителей, при разнице концентраций носителей заряда в p и n частях полупроводникового диода. Прямой ток через p - n переход практически определяется инжекцией основных носителей низкоомного слоя в высокоомный.

Высокоомный слой называется **базой**. Слово база происходит от греческого **βάσις**: основание, ход, проход и т.д. База имеет более низкую концентрацию носителей при разнице концентраций носителей заряда в p и n частях полупроводникового диода. Высокоомная база отвечает за способность диода выдерживать обратное напряжение.

При создании полупроводниковых выпрямительных и универсальных диодов используются особенности базы и эмиттера

диода. Низкоомный эмиттер «ответственен» за хорошую прямую проводимость, а высокоомная база – за способность выдерживать высокое обратное напряжение.

Конструкция диода показана на рисунке 4.5. Область с дырочной проводимостью обозначена $p+$. Плюс означает повышенную концентрацию носителей заряда, в данном случае дырок. Поэтому на рисунке эта область названа эмиттером, а область n с более низкой проводимостью названа базой.

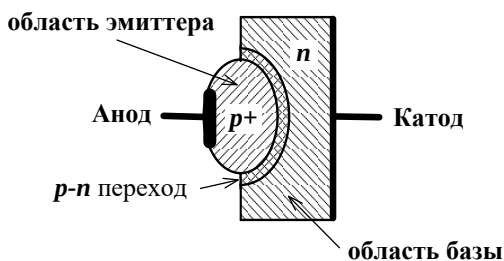


Рисунок 4.5 – Конструкция диода

Для описания тока в диоде американские ученые Джон Молл и Джуэл Эберс предложили физическую модель p - n перехода диода. В модели Молла - Эберса дается выражение для прямого тока через переход в приближении малых тепловых токов перехода записывается в виде:

$$I = I_0 e^{U/\varphi_0}, \quad (4.1)$$

где I_0 – тепловой ток перехода, U – падение напряжения на переходе; φ_0 – температурный потенциал, равный примерно 25 мВ при 20°C.

Уравнение (4.1) хорошо описывает поведение p - n переходов для малых и средних прямых токов.

В кремниевых p - n переходах обратный ток определяется не столько составляющей I_0 , сколько током термогенерации I_T , зависящим от обратного напряжения:

$$I_T = I_{Tном} \sqrt{U / U_{ном}} , \quad (4.2)$$

где $I_{Tном}$ – номинальный ток термогенерации при номинальном обратном напряжении $U_{ном}$ (номинальный режим есть режим типовых испытаний, указанный в паспортных данных).

Ток термогенерации I_T вызывается появлением свободных носителей за счет тепловой энергии и их ускорением под действием напряжения U . При повышении обратного напряжения выше $U_{ном}$ на переходе происходит скачкообразный рост I_T , что определяет пробой перехода. **Пробой p - n перехода** – это скачкообразное изменение тока через p - n переход при малом изменении обратного напряжения.

Для наглядного представления зависимости силы электрического тока I , протекающего через элемент электрической цепи, от приложенного к этому элементу напряжения U или зависимости падения напряжения на данном элементе от силы протекающего через него тока строят **вольт-амперную характеристику (ВАХ)**. ВАХ, в данном случае, описывает поведение элемента на постоянном токе.

Типовая ВАХ кремниевого диода имеет две ветви: прямая ветвь для прямого включения диода и обратная ветвь для обратного включения диода.

Типовая ВАХ кремниевого диода показана на рис. 4.6. Следует обратить внимание на разный масштаб положительных и отрицательных полуосей координат на графике.

На положительной полуоси абсцисс откладывается напряжение в вольтах, на отрицательной – в десятках, а то и в сотнях вольт. В зависимости от типа диода. На положительной полуоси ординат откладывается ток в миллиамперах, а на отрицательной – в микроамперах.

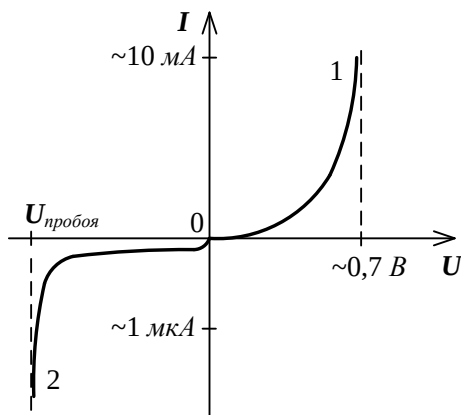


Рисунок 4.6 – Типовая вольт-амперная характеристика кремниевого диода: 1 – прямая ветвь, 2 – обратная ветвь

На ВАХ видно, что при повышении обратного напряжения выше $U_{ном}$ на переходе происходит скачкообразный рост тока, происходит пробой p - n перехода. Обратный ток диода определяется током термогенерации I_T . Он вызывается появлением свободных носителей за счет тепловой энергии и их ускорением под действием напряжения U . Чем больше напряжение, тем большую скорость развивают электроны при своем движении. Во время движения электроны сталкиваются с атомами полупроводника. При достижении электроном определенной энергии движения, он способен «выбивать» из атома еще один электрон. Так происходит лавинообразное нарастание тока при пробое.

По формулам (4.1) и (4.2), по ВАХ, представленной на рис. 4.6, видно, что диод представляет собой нелинейный элемент. Для нелинейных элементов, также как для линейных (резистора, конденсатора, катушки индуктивности), вводится понятие сопротивления. Но из-за нелинейной зависимости падающего на элементе напряжения от протекающего через него тока различают два вида сопротивления.

Статическое сопротивление нелинейного элемента определяется аналогично сопротивлению для линейных элементов как отношение напряжения U на нелинейном элементе к протекающему через него току I :

$$R_{ст}(I) = U / I .$$

Статическое сопротивление характеризует сопротивление элемента постоянному току.

Дифференциальное (динамическое) сопротивление нелинейного элемента определяется как отношение малого приращения напряжения dU на нелинейном элементе к соответствующему приращению тока dI для заданного значения протекающего через элемент тока I

$$R_{diff}(I) = \frac{dU(I)}{dI} .$$

Фактически динамическое сопротивление – это скорость изменения напряжения на нелинейном элементе в зависимости от изменения протекающего через него тока в определенной точке ВАХ. Дифференциальное сопротивление характеризует сопротивление элемента малой по величине переменной составляющей тока.

4.3 Полупроводниковый триод

Полупроводниковым триодом (транзистором) называется трехэлектродный полупроводниковый прибор, состоящий из двух p - n переходов, созданных в одном кристалле, способный усиливать и преобразовывать электрические сигналы. Слово триод образовано от греческих слов **τρία** три и электрод. Слово транзистор образовано от двух английских слов: **transfer** перенос (передача) и **resistor** сопротивление.

В настоящем курсе будут рассмотрены только биполярные транзисторы, в дальнейшем просто транзисторы.

Схематично структура и включение биполярного транзистора n - p - n типа изображена на рисунке 4.7. Обозначения на рисунке 4.7: Э - эмиттер, Б - база, К - коллектор.

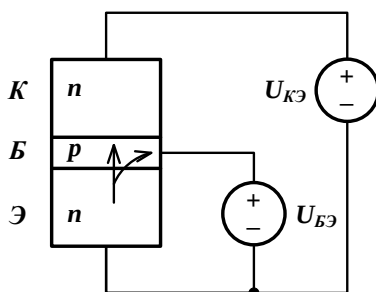


Рисунок 4.7 – Схематичное изображение структуры транзистора

Транзистор состоит из трех полупроводниковых областей (слоев):

- **эмиттер** – крайняя область кристалла транзистора с максимальной концентрацией носителей заряда;
- **база** – средняя область кристалла (между эмиттером и коллектором), концентрация носителей заряда в которой минимальна;
- **коллектор** – крайняя область кристалла транзистора с меньшей чем в эмиттере, но большей, чем в базе, концентрацией носителей заряда.

Рассмотрим эмиттерный p - n переход (переход база-эмиттер). Пусть толщина базы много меньше диффузионной длины, на которую способны проходить неосновные для базы заряды. Тогда значительная часть неосновных носителей, инжектированных в базу эмиттером, будет способна пройти всю ее длину. На противоположном конце базы есть второй p - n переход, образованный базой и коллектором, (коллекторный переход). Этот переход смещен в обратном направлении. Для основных носителей заряда

в базе проход через коллекторный переход запрещен, т.к. он включен в обратном направлении. Но для неосновных носителей заряда, пришедших из эмиттера, он будет открыт, и неосновные носители свободно перейдут в коллектор. Так как слой базы тонок, то основная часть носителей, инжектированных эмиттером, перейдет в коллекторный слой.

В линейном усилительном режиме на базе транзистора *n-p-n* должно быть малое, порядка контактной разности потенциалов, положительное смещение относительного эмиттера, в то время как коллекторный слой должен быть под большим положительным потенциалом относительно базы. Ток инжекции эмиттера определяется уравнением (4.1) в котором обычно $U \gg \phi_0$.

Определим усилительные свойства такого транзистора. Обозначим через h_{21B} коэффициент, показывающий, какая часть тока эмиттера попадает в коллектор. Называется этот коэффициент **статическим коэффициентом передачи тока эмиттера**. Тогда

$$I_K = I_{\mathcal{E}} - I_B = \frac{I_K}{h_{21B}} - I_B ,$$

где $I_{\mathcal{E}}$, I_B , I_K — токи эмиттера, базы и коллектора соответственно. Следовательно,

$$I_K = \frac{h_{21B} I_B}{1 - h_{21B}}$$

и поэтому наибольшую чувствительность коллекторного тока к изменениям базового тока можно обеспечить, приближая h_{21B} к 1.

Коэффициент

$$h_{21\mathcal{E}} = \frac{I_K}{I_B} = \frac{h_{21B}}{1 - h_{21B}}$$

называется *статическим коэффициентом усиления по току* в схеме с общим эмиттером (ОЭ). Таким образом,

$$I_B = \frac{I_K}{h_{21Э}} = \frac{I_Э}{h_{21Э} + 1}.$$

Различают транзисторы типа *n-p-n* и *p-n-p*. Структуры и условные обозначения биполярных транзисторов представлены на рисунке 4.8.

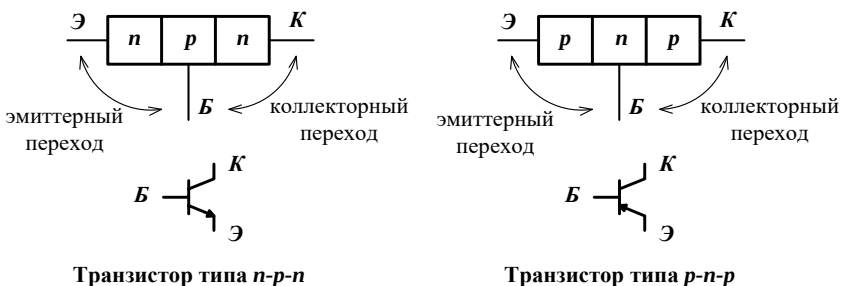


Рисунок 4.8 – Структуры и условные обозначения биполярных транзисторов

Различают три режима работы транзистора:

1. **Режим насыщения.** В этом режиме коллекторный и эмиттерный переходы открыты (смещены в прямом направлении), поэтому через транзистор течет максимальный неуправляемый ток.

2. **Режим отсечки.** В этом режиме оба перехода закрыты (смещены в обратном направлении), при этом ток практически не течет, за исключением обратного неуправляемого тока коллектора, который обусловлен неосновными носителями заряда.

3. **Активный (усилительный) режим.** В этом режиме эмиттерный переход открыт (находится под прямым смещением), а коллекторный – закрыт (находится под обратным смещением). Через транзистор течет управляемый ток. Управление током осуществляется напряжением базы $U_{БЭ}$ или током базы I_B .

При работе в активном режиме биполярный транзистор используется для усиления сигнала. При увеличении прямого напряжения на эмиттерном переходе понижается его потенциальный барьер и поэтому возрастает ток, определяемый инжекцией носителей заряда из эмиттера в базу. Носители заряда, инжектированные из эмиттера в базу, движутся к коллекторному переходу. Большинство этих носителей заряда, достигают коллекторного перехода и под действием ускоряющего поля коллекторного перехода совершают переход в коллектор. Таким образом формируется управляемая составляющая коллекторного тока.

4.4 Нелинейные электрические цепи

4.4.1 Транзисторные усилители

Электронный усилитель – это устройство, преобразующее электрические колебания, поступающие на вход, в электрические колебания большей мощности на выходе.

Основными характеристиками усилителей являются: входное R_{in} и выходное R_{out} сопротивления усилителя, коэффициенты усиления по току K_i , по напряжению K_u и по мощности K_p .

$$K_i = I_{out} / I_{in} ,$$

где I_{out} – выходной ток, I_{in} – входной ток.

$$K_u = U_{out} / U_{in} ,$$

где U_{out} – выходное напряжение, U_{in} – входное напряжение.

$$K_p = |K_u| |K_i| .$$

Сначала рассмотрим одноконтурные транзисторные усилители – электронные транзисторные усилители, в которых для получения выходного сигнала используется один транзистор.

4.4.1.1 Однотактные транзисторные усилители

Существует три схемы включения транзистора в качестве усилителя: схема усилителя с общим коллектором (далее – усилителя ОК), схема усилителя с общим эмиттером (далее – усилителя ОЭ), схема усилителя с общей базой (далее – усилителя ОБ). Наиболее часто используемыми схемами являются схемы с общим коллектором и общим эмиттером.

Схема усилителя с общей базой в настоящем ознакомительном курсе рассматриваться не будет. По сравнению со схемами усилителя с общим коллектором и усилителя с общим эмиттером схема усилителя с общей базой имеет свои преимущества: стабильные температурные и частотные свойства, высокий коэффициент усиления по напряжению. К недостаткам схемы усилителя с общей базой относятся: малое входное дифференциальное сопротивление, высокое выходное дифференциальное сопротивление. Поэтому схема усилителя с общей базой используется в основном для построения высокочастотных усилителей.

Рассмотрим схему **усилителя с общим коллектором**, показанную на рисунке 4.9.

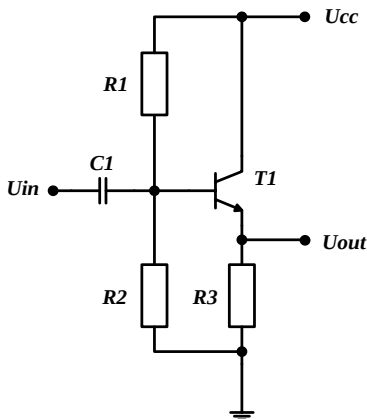


Рисунок 4.9 – Схема усилителя с общим коллектором на транзисторе *n-p-n*

Резисторы $R1$ и $R2$ задают начальную рабочую точку усилителя. **Начальная рабочая точка** усилителя – это значения постоянных токов и напряжений на входе усилителя, обеспечивающих работу усилителя в активном режиме с максимально возможной амплитудой выходного сигнала.

Конденсатор $C1$ с резисторами $R1$ и $R2$ образуют фильтр высоких частот, который пропускает на вход усилителя на транзисторе $T1$ сигналы с частотами выше частоты среза

$$f_c = \frac{(R1 + R2)}{2\pi R1 R2 C1} . \quad (4.3)$$

Входным напряжением U_{in} усилителя ОК является напряжение базы, выходным напряжением U_{out} является напряжение эмиттера, входным током является ток базы I_{δ} , выходным током является ток эмиттера I_{γ} .

Выходное напряжение

$$U_{out} = U_{in} - U_{\delta\gamma} - I_{\gamma} r_{\delta} ,$$

где $U_{\delta\gamma}$ – падение напряжения на переходе база-эмиттер, r_{δ} – объемное сопротивление базы, I_{γ} – ток эмиттера, который подчиняется закону Молла - Эберса для прямой ветви тока перехода в виде $I_{\gamma} = I_0 e^{U_{\delta\gamma}/\varphi_0}$, где I_0 – тепловой ток перехода, φ_0 – температурный потенциал, равный примерно 25 мВ при 20°C.

Дифференциальное входное сопротивление усилителя ОК, т.е. сопротивление, на которое нагружается источник сигнала U_{in} , равно

$$R_{in} = \frac{dU_{in}}{dI_{\delta}} \approx r_{\delta} + (h_{21\gamma} + 1)(r_{\gamma} + R3) , \quad (4.4)$$

где r_{γ} – дифференциальное сопротивление эмиттера, r_{δ} – объемное сопротивление базы, $R3$ – сопротивление резистора в цепи эмитте-

ра (см. рис. 4.9), $h_{21э}$ – коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером.

$$r_э = \varphi_0 / I_э ,$$

Обычно объемное сопротивление базы $r_б$ составляет несколько ом. Для тока эмиттера 1 мА и более дифференциальное сопротивление эмиттера $r_э$ в нормальных условиях не превышает 25 Ом. Для $h_{21э} \gg 1$ и $R3 \gtrsim 1$ кОм дифференциальное входное сопротивление усилителя ОК определяется произведением $h_{21э} R3$ и имеет большую величину порядка сотен килоом.

Статическое выходное сопротивление усилителя ОК равно $R3$. Динамическое выходное сопротивление усилителя ОК равно

$$R_{out} = \frac{dU_{out}}{dI_э} = r_э + \frac{r_б}{(h_{21э} + 1)} , \quad (4.5)$$

где $r_э$ – дифференциальное сопротивление эмиттера, $r_б$ – объемное сопротивление базы.

Из (4.5) видно, что дифференциальное выходное сопротивление усилителя ОК в диапазоне токов эмиттера 1 мА и более имеет малую величину, меньше 25 Ом.

Коэффициент усиления схемы ОК по напряжению определяется делением сигнала в выходной цепи

$$K_u = \frac{R3}{R3 + R_{out}} \approx \frac{R3}{R3 + r_э} . \quad (4.6)$$

Из (4.6) видно, что $K_u \lesssim 1$. Поскольку обычно $R3 \gg r_э$, K_u близко к 1, т.е. выходное напряжение усилителя ОК почти повторяет напряжение на входе. Поэтому усилитель ОК называют **эмиттерным повторителем**.

Ток эмиттера складывается из тока базы и тока коллектора, для усилителя ОК равенство записывается так

$$I_{out} = I_{in} + I_K .$$

Так как

$$I_K = h_{213} I_{\delta} = h_{213} I_{in} ,$$

следовательно,

$$I_{out} = (h_{213} + 1) I_{in}$$

и

$$K_i = h_{213} + 1 .$$

Коэффициент усиления по мощности усилителя ОК

$$K_p = |K_u| |K_i| = \frac{(h_{213} + 1) R_3}{R_3 + r_y} .$$

При $R_3 \gg r_y$, $h_{213} \gg 1$ коэффициент усиления схемы ОК по мощности $K_p \approx h_{213}$.

Рассмотрим схему **усилителя с общим эмиттером** (далее – усилителя ОЭ), показанную на рисунке 4.10.

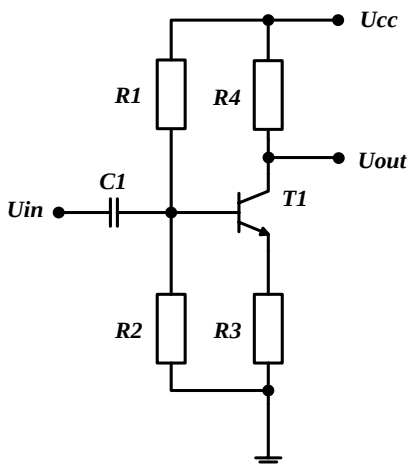


Рисунок 4.10 – Схема усилителя с общим эмиттером на транзисторе *n-p-n*

Для этой схемы резисторы $R1$ и $R2$ также задают начальную рабочую точку усилителя и образуют фильтр высоких частот, частота среза которого определяется формулой (4.3). Входное сопротивление определяется также, как и для усилителя ОК, формулой (4.4). Дифференциальное выходное сопротивление усилителя ОЭ как источника напряжения равно:

$$R_{out} = \frac{dU_{out}}{dI_K} \approx R4 .$$

Обычно значения сопротивления $R4$ в цепи коллектора находится в диапазоне от единиц до сотен килоом. Следовательно, выходное сопротивление усилителя ОЭ значительно больше выходного сопротивления усилителя ОК.

Коэффициент усиления схемы ОЭ по напряжению с учетом малости объемного сопротивления базы r_b

$$K_U = \frac{dU_{out}}{dU_{in}} \approx - \frac{h_{21\beta} R4}{(h_{21\beta} + 1)(R3 + r_b)} . \quad (4.7)$$

При $R3 \gg r_b$ и $h_{21\beta} \gg 1$

$$K_U \approx - \frac{R4}{R3} . \quad (4.8)$$

Знак минус в равенствах (4.7) и (4.8) означает, что выходное напряжение находится в противофазе к входному.

Для усилителя ОЭ выходной ток является током коллектора

$$I_{out} = I_K .$$

Так как

$$I_K = h_{21\beta} I_{in} ,$$

то

$$K_i = h_{21\beta} .$$

Коэффициент усиление по мощности усилителя ОЭ в приближении $R_3 \gg r_3$ и $h_{213} \gg 1$

$$K_p = |K_u| |K_i| = \frac{h_{213} R_4}{R_3}.$$

4.4.1.2 Двухтактные транзисторные усилители

Двухтактным транзисторным усилителем называется электронный усилитель с двумя транзисторами, которые попеременно подают ток к подключенной нагрузке или поглощают ток от нее.

В предыдущем разделе исследовалась цепь усилителя с общим эмиттером на ***n-p-n*** транзисторе (рис. 4.10) в режиме малого сигнала. В этом режиме транзистор усилителя ОЭ все время находится в активном режиме и управляется током базы.

При увеличении амплитуды входного сигнала на базе выше определенного предела можно наблюдать искажения выходного сигнала на коллекторе (рис. 4.11) в виде его ограничения.

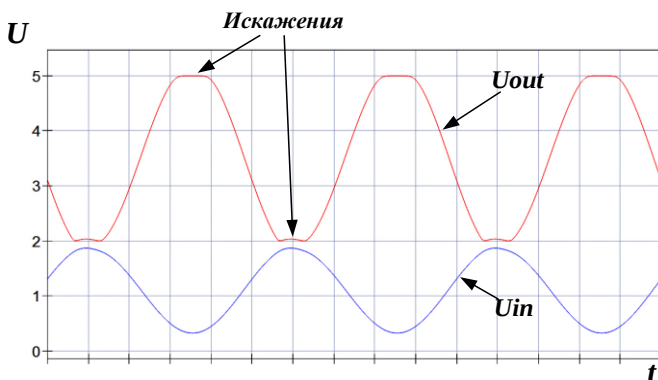


Рисунок 4.11 – Графики входного напряжения U_{in} на базе и выходного U_{out} напряжения на коллекторе усилителя ОЭ

Максимальное выходное напряжение на коллекторе U_{out_max} ограничено сверху величиной напряжения источника постоянного напряжения U_{cc} (см. рис. 4.10), питающего цепь усилителя. Это

происходит из-за того, что при снижении входного напряжения на базе транзистора до определенного предела, он переходит в режим отсечки, когда коллекторный и эмиттерный переходы закрыты. То есть $U_{out_max} = U_{cc}$.

Минимальное выходное напряжение на коллекторе U_{out_min} ограничено снизу величиной, определяемой падением напряжения на резисторе $R3$, когда транзистор находится в режиме насыщения. При увеличении входного напряжения на базе транзистора до определенного предела, он переходит в режим насыщения. В этом режиме коллекторный и эмиттерный переходы открыты и через транзистор течет максимальный неуправляемый ток.

В режиме насыщения сопротивление транзистора мало и, как правило, составляет несколько десятков ом и меньше, поэтому по сравнению с величинами сопротивлений $R3$ и $R4$ им можно пренебречь, следовательно, приблизительно нижний порог выходного напряжения на коллекторе может быть вычислен по формуле делителя напряжения, составленного из сопротивлений $R3$ и $R4$

$$U_{out_min} \approx \frac{R3 U_{cc}}{(R3 + R4)}.$$

На рисунке 4.11 представлены графики входного U_{in} и выходного U_{out} напряжения усилителя ОЭ для схемы усилителя, у которого $U_{cc}=5В$, $R3=1,0\text{ кОм}$ и $R4=1,6\text{ кОм}$. Из рисунка видно, что размах выходного напряжения $U_{out_max} - U_{out_min}$ составляет приблизительно 3 В. Другими словами, размах выходного сигнала такого усилителя составляет $\approx 60\%$ от напряжения источника питания U_{cc} , следовательно, потенциал источника питания используется не эффективно.

Еще одним ограничителем эффективности использования потенциала источника питания является большое выходное сопротивление усилителя ОЭ, равное $R4$. Что не позволяет подключать

к нему низкоомную нагрузку и использовать его возможности усиления по мощности.

Для снятия указанных ограничений усилителя ОЭ к нему добавляют еще один усилительный каскад, который позволяет более эффективно использовать потенциала источника питания, но при этом имеет малое выходное сопротивление. В качестве такого каскада часто используется тот или иной вариант двухтактного усилителя.

Рассмотрим усилитель ОЭ с двухтактным выходным усилителем (рис. 4.12). Двухтактный усилитель составлен из усилителя с общим эмиттером на транзисторе $T1$ и усилителя с общим коллектором на транзисторе $T2$, включенного в качестве активной нагрузки для усилителя с общим эмиттером.

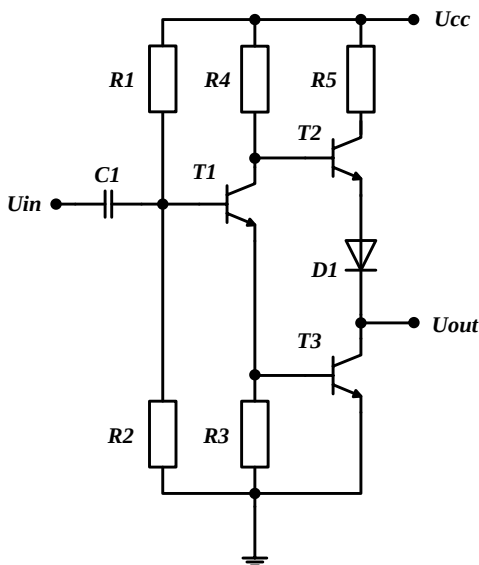


Рисунок 4.12 – Усилитель ОЭ с двухтактным выходным усилителем

Приведенный на рисунке 4.12 двухтактный выходной усилитель имеет некоторые особенности. Первая заключается в том, что он «преобразует» большое выходное сопротивление усилителя

с общим эмиттером на транзисторе $T1$, которое равно сопротивлению $R4$ (его величина, как правило, находится в диапазоне от единиц до десятков килоом), в малое выходное сопротивление двухтактного усилителя. Это происходит следующим образом. К выходу усилителя с общим эмиттером на транзисторе $T1$ подключено верхнее плечо двухтактного усилителя на транзисторе $T2$. Этот усилитель имеет большое входное сопротивление и не влияет на работу усилителя на транзисторе $T1$. С точки зрения выхода двухтактного усилителя транзистор $T2$ используется в качестве эмиттерного повторителя, который передает усиленное транзистором $T1$ напряжение на выход с коэффициентом усиления по напряжению ≈ 1 . При этом выходное сопротивление двухтактного усилителя определяется дифференциальным выходным сопротивлением эмиттерного повторителя на транзисторе $T2$. Это сопротивление с хорошей точностью равно дифференциальному сопротивлению эмиттера r_e транзистора и имеет величину порядка двух десятков ом.

Вторая особенность заключается в том, что размах выходного напряжения, т.е. разность максимального и минимального выходного напряжения $U_{out_max} - U_{out_min}$, немногим меньше напряжения питания U_{cc} . Это объясняется тем, что при относительно большом входном сигнале, при котором транзистор $T1$ еще находится в активном режиме, режим работы транзистора $T3$ изменяется от активного режима до режима насыщения, а режим работы транзистора $T2$ может изменяться от активного режима до режима насыщения.

Резисторы $R1$ и $R2$ задают начальную рабочую точку усилителя. Пусть напряжение на базе при нулевом входном сигнале равно U_{b0} . При значительном уменьшении входного сигнала U_{in} режим работы транзистора $T3$ изменяется с активного режима на режим отсечки, в котором ток через транзистор практически не течет. Ре-

жим работы транзистора $T2$ зависит от нагрузки двухтактного усилителя. При высокоомной нагрузке режим работы транзистора $T2$ не изменяется, он остается в активном режиме. При низкоомной нагрузке режим работы транзистора $T2$ изменяется: из активного режима он переходит в режим насыщения, в котором через транзистор в нагрузку двухтактного усилителя (на рис. 4.12 не показана) течет максимальный неуправляемый ток. Неуправляемость выходного тока означает его независимость от изменения входного напряжения, а, следовательно, неуправляемость выходного тока означает равенство нулю дифференциального коэффициента усиления по току. Аналогично при переходе режима работы транзистора $T3$ из активного режима в режим отсечки его дифференциальный коэффициент усиления по току обращается в ноль. В результате изменения режима работы транзисторов на выходе двухтактного усилителя устанавливается напряжение близкое к напряжению питания, а точнее, напряжение питания минус падение напряжения на резисторе $R5$, минус падение напряжения на полностью открытом (находящемся в режиме насыщения) транзисторе $T2$ и минус падение напряжения на диоде $D1$, включенном в прямом направлении.

Точно также можно рассмотреть процесс увеличения входного сигнала U_{in} . В этом случае режим работы транзистора $T3$ изменяется. Из активного режима он переходит в режим насыщения. Режим работы транзистора $T2$ остается активным. При этом дифференциальный коэффициент усиления по току двухтактного усилителя становится равным нулю благодаря режиму насыщения транзистора $T3$, а выходное напряжение двухтактного усилителя максимально приблизится к нулю. Точнее, выходное напряжение U_{out} будет равно падению напряжения на полностью открытом транзисторе $T3$.

Изменение режимов работы (соответственно, коэффициентов усиления) транзисторов $T2$ и $T3$ должно вызывать искажение выходного сигнала двухтактного усилителя. На рисунке 4.13 представлен типовой график выходного сигнала двухтактного усилителя U_{out} при большом входном сигнале.

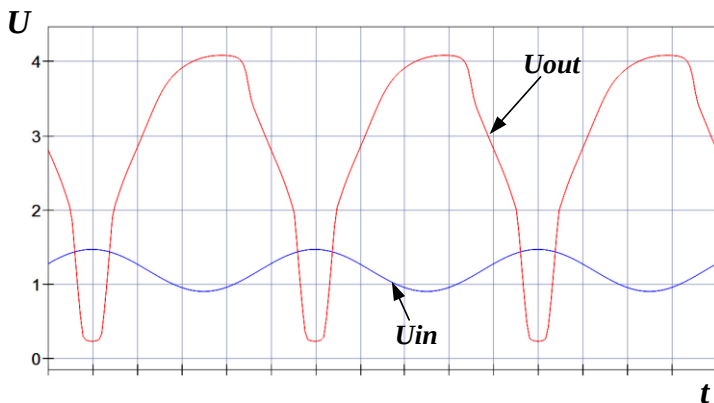


Рисунок 4.13 – Графики входного напряжения U_{in} на базе транзистора $T1$ и выходного U_{out} напряжения двухтактного усилителя при большом входном сигнале

Из-за искажений выходного сигнала такой усилитель не подходит для усиления относительно больших входных гармонических или, более широко, аналоговых сигналов.

Тогда зачем такие усилители нужны?

4.4.2 Схема цифрового логического элемента ТТЛ

Кроме аналоговых сигналов, представляющих собой функцию времени с непрерывным множеством возможных значений, в электротехнике используются цифровые сигналы. **Цифровой сигнал** – это сигнал, который можно представить в виде последовательности дискретных (разделенных по величине, стабильно воспроизводимых) значений. Наиболее распространены двоичные цифровые сигналы, которые представлены в электрических цепях двумя

уровнями напряжения или тока, как правило, высоким уровнем (например, напряжение с уровнем выше определенной величины) и низким уровнем (например, напряжение с уровнем ниже другой определенной величины). Для передачи и усиления таких двух-уровневых цифровых сигналов рассмотренный выше двухтактный усилитель годится.

Для обработки информации в цифровой форме предназначены специализированные устройства, называемые **логическими элементами**. Логические элементы транзисторно-транзисторной логики (ТТЛ) построены на основе биполярных транзисторов *п-р-п* типа, в основе которой лежит усилитель ОЭ с двухтактным выходным усилителем.

Для обработки цифрового сигнала не нужна входная цепь с разделительным конденсатором ($C1$ на рис. 4.12). Ее заменяют цепью, выполняющую логическую функцию для работы с цифровыми сигналами.

На рисунке 4.14 показан цифровой логический элемент *НЕ*.

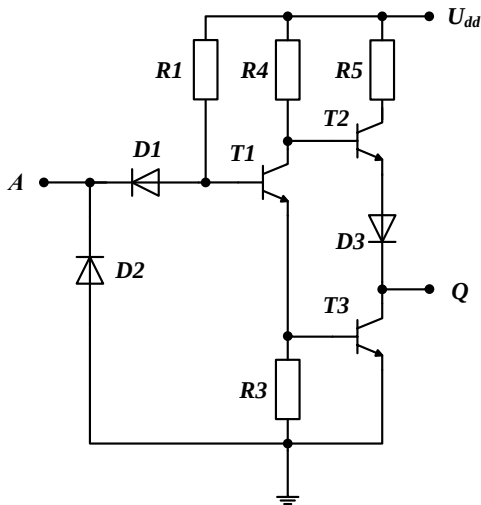


Рисунок 4.14 – Цифровой логический элемент *НЕ*

При высоком уровне входного сигнала A резистор $R1$ задает ток базы транзистора $T1$, при котором он находится в режиме насыщения, а, следовательно, и транзистор $T3$ находится в режиме насыщения. Благодаря этому на выходе Q двухтактного усилителя формируется низкий уровень напряжения. При наличии на выходе двухтактного усилителя сравнительно низкоомной нагрузки, подключенной к проводу с нулевым потенциалом («земле»), ток через транзистор $T2$ ограничивается резистором $R5$.

При низком уровне входного сигнала ток резистора $R1$ стекает через диод $D1$, а ток базы транзистора $T1$ становится малым. При таком токе базы транзистор $T1$ и, следовательно, транзистор $T3$ находятся в состоянии отсечки. Транзистор $T2$ находится в активном режиме или режиме насыщения (при сравнительно низкоомной нагрузке двухтактного усилителя) с ограничением протекающего через него тока резистором $R5$.

Транзисторы $T1$ и $T3$ рассмотренной схемы при импульсных сигналах на входе основное время находятся в двух противоположных режимах: либо в режиме насыщения, либо в режиме отсечки. Такая особенность работы усилителя для цифровых сигналов позволяет использовать в схеме более простые транзисторы с невысокой линейностью вольт-амперной характеристики, что удешевляет производство цифровых схем. Только во время короткого по времени перехода от одного уровня входного сигнала к другому транзисторы усилителя находятся в активном режиме, что приводит к кратковременному всплеску тока в двухтактном усилителе.

Диоды $D1$ и $D2$ выполняют функцию защиты входа логического элемента, усилитель ОЭ на транзисторе $T1$ выполняет логическую функцию **НЕ**.

В общем случае работа логических элементов ТТЛ основана на использовании последовательно соединенных цепей: цепи, вы-

полняющей логическую функцию, цепи одноконтного усилителя на биполярном транзисторе ***n-p-n*** типа, цепи двухконтного усилителя на биполярных транзисторах ***n-p-n*** типа. При работе логических элементов ТТЛ используются два уровня напряжения: низкий и высокий, соответствующие значениям логических переменных 0 и 1.

Входная цепь логического элемента ***НЕ*** (рис. 4.14), состоит из двух диодов *D1* и *D2*. Она выполняет логическую функцию передачи входного логического сигнала на вход одноконтного усилителя, выполняющей логическую функцию ***НЕ***. Логический элемент ***НЕ***, получая на входе ***A*** высокий уровень цифрового сигнала – логическую единицу, формирует на выходе ***Q*** низкий уровень цифрового сигнала – логический ноль. И наоборот, получая на входе ***A*** низкий уровень цифрового сигнала – логический ноль, формирует на выходе ***Q*** высокий уровень цифрового сигнала – логическую единицу. В обозначениях булевой алгебры можно записать $Q = \bar{A}$ или $Q = -A$. Входная цепь из диодов характерна для ТТЛ элементов, построенных на транзисторах Шоттки – логических элементов ТТЛШ.

Использование транзисторов Шоттки позволило увеличить быстродействие микросхем ТТЛ.

Транзистор Шоттки – это электронная схема, состоящая из биполярного транзистора, параллельно переходу коллектор-база которого включен диод Шоттки.

В диоде Шоттки используется переход металл-полупроводник, а не полупроводниковый ***p-n*** переход. Отличием диода Шоттки от полупроводникового диода является малое падение напряжения на диоде Шоттки при его прямом включении, которое составляет 0,2-0,4 вольта.

Благодаря включению диода Шоттки параллельно переходу коллектор-база транзистор удерживается от перехода в режим глу-

бокого насыщения, снижая время жизни неосновных носителей зарядов в базе полупроводникового транзистора. Что способствует уменьшению времени переключения логического элемента.

Схема транзистора Шоттки и его условное обозначение показаны на рисунке 4.15.

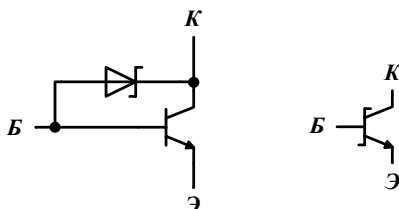


Рисунок 4.15 – Транзистор Шоттки: схема и условное обозначение

На рисунке 4.16 представлена схема логического элемента **2И-НЕ**.

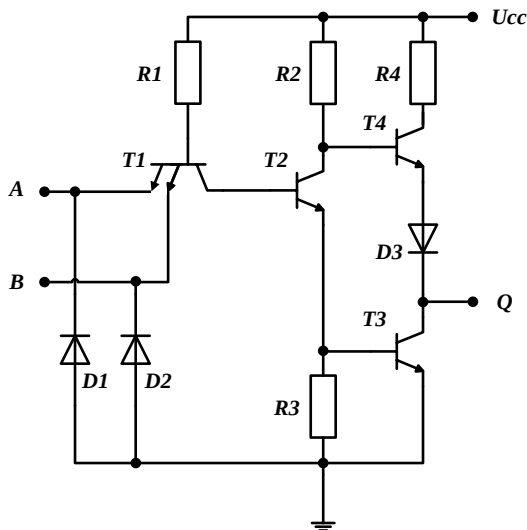


Рисунок 4.16 – Цифровой логический элемент 2И-НЕ

Входная цепь логического элемента **2И-НЕ**, выполняющая логическую функцию **2И**, состоит из двухэмиттерного транзистора

Т1. Диоды $D1$ и $D2$ выполняют функцию защиты входов логического элемента. Таблица истинности, т.е. таблица, описывающая выполняемую элементом логическую функцию, выглядит следующим образом:

A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

В обозначениях булевой алгебры можно записать $Q = \overline{A \cap B}$ или $Q = \neg(A \cap B)$.

Двухэмиттерный транзистор можно рассматривать как расположенные в корпусе транзистора три диода (два диода – это два ***p-n*** перехода база-эмиттер, третий диод – это ***p-n*** переход база-коллектор), подключенные анодами к базе. Поэтому функционально использование многоэмиттерного транзистора эквивалентно использованию соответствующих диодных цепей.

Для цифровых логических элементов ТТЛ установлены следующие нормы: напряжение питания $U_{dd} = 5 \text{ В} \pm 5\%$, уровень логического нуля на входе $< 0,8 \text{ В}$, уровень логической единицы на входе $> 2,0 \text{ В}$, уровень логического нуля на выходе $< 0,4 \text{ В}$, уровень логической единицы на выходе $> 2,4 \text{ В}$.

Логические элементы изготавливаются в виде цифровых интегральных микросхем. **Цифровая интегральная микросхема** – это микросхема, предназначенная для преобразования и обработки сигналов, изменяющихся по закону дискретной функции. **Интегральная микросхема** – это микроэлектронное устройство, выполняющее определенную функцию преобразования, обработки сигнала и/или накопления информации и имеющих высокую плотность расположения электрически соединенных элементов и/или

компонентов, которые с точки зрения требований к испытаниям, приемке, поставке и эксплуатации рассматриваются как единое целое.

Изменяя входную цепь логического элемента (рис. 4.14, 4.16), можно получать цифровые элементы, выполняющие различные логические преобразования входного цифрового сигнала, и создавать с их помощью электронные схемы для сложной обработки цифровых сигналов. В том числе, например, микропроцессоры.

4.5 Темы контрольных вопросов

1. Что такое полупроводники? Наиболее широко используемые в электротехнике и электронике полупроводники.

2. Полупроводники с дырочным и электронным типом проводимости. Особенности, способы получения.

3. Нелинейный элемент. Статическое и динамическое сопротивление.

4. ***P-n***-переход, контактная разность потенциалов.

5. Полупроводниковый диод с ***p-n*** переходом. Вольт-амперная характеристика. Эмиттер и база полупроводникового диода.

6. Прямое и обратное включение диода. Односторонняя проводимость.

7. Что такое полупроводниковый биполярный транзистор? Эмиттер, коллектор и база транзистора.

8. Режимы работы транзистора.

9. Как определяются статический коэффициент передачи тока эмиттера $h_{21Б}$ и статический коэффициент усиления по току в схеме с общим эмиттером $h_{21Э}$?

10. Что такое электронный усилитель? Основные характеристики усилителей.

11. Какой транзисторный усилитель называется одноконтурным?

12. Усилитель с общим коллектором, его коэффициенты усиления.

13. Дифференциальные входное и выходное сопротивления усилителя с общим коллектором.

14. Почему усилитель с общим коллектором называют эмиттерным повторителем?

15. Усилитель с общим эмиттером, его коэффициенты усиления.

16. Дифференциальные входное и выходное сопротивления усилителя с общим эмиттером.

17. Основные отличия усилителя с общим эмиттером от усилителя с общим коллектором.

18. Что такое начальная рабочая точка усилителя?

19. Почему коэффициент усиления по мощности усилителя с общим эмиттером в общем случае больше коэффициента усиления по мощности усилителя с общим коллектором?

20. Какой транзисторный усилитель называется двухтактным?

21. В каких режимах находятся транзисторы $T1$ и $T3$ при установившемся высоком уровне сигнала на входе цифрового логического элемента **НЕ** транзисторно-транзисторной логики?

22. В каких режимах находятся транзисторы $T1$ и $T3$ при установившемся низком уровне сигнала на входе цифрового логического элемента **НЕ** транзисторно-транзисторной логики?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломоносов, М. В. Избранные произведения. В 2 томах. Том 1. Естественные науки и философия / М. В. Ломоносов. – Москва: Наука, 1986. – 536 с.
2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – 9-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1996. – 638 с.
3. Электротехника: учебник для неэлектротехнических специальностей вузов / Х. Э. Зайдель, В. В. Коген-Далин, В. В. Крымов [и др.]; под ред. В. Г. Герасимова. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1985. – 480 с.
4. Электротехника и электроника. В 3 книгах. Книга 3. Электрические измерения и основы электроники: учебник для вузов / Г. П. Гаев, В. Г. Герасимов, О. М. Князьков [и др.]; под ред. проф. В. Г. Герасимова. – Москва: Энергоатомиздат, 1998. – 432 с.
5. ГОСТ Р 52002-2003. Электротехника. Термины и определения основных понятий: государственный стандарт Российской Федерации: дата введения 2003-01-09 / Федеральное агентство по техническому регулированию. – Изд. официальное. – Москва: Стандартинформ, 2020. – 35 с.
6. Касаткин, А. С. Электротехника / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – Изд. 6-е. – Москва: Высшая школа, 2000. – 543 с.
7. Хоровиц, П. Искусство схемотехники / П. Хоровиц, У. Хилл; пер. с англ. – Изд. 2-е. – Москва: Изд-во БИНОМ, 2014. – 704 с.
8. Шило, В. Л. Популярныe цифровые микросхемы: справочник / В. Л. Шило. – 2-е изд., испр. – Москва: Радио и связь, 1989. – 352 с.

Учебное издание

Виктор Геннадьевич Петухов

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебное пособие

Редакционно-издательская обработка
издательства Самарского университета

Подписано в печать 02.11.2024. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 8,75.

Тираж 27 экз. Заказ № .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета
443086, Самара, Московское шоссе, 34.